



نام و نام خانوادگی :

پایه تحصیلی :

نام دبیر :

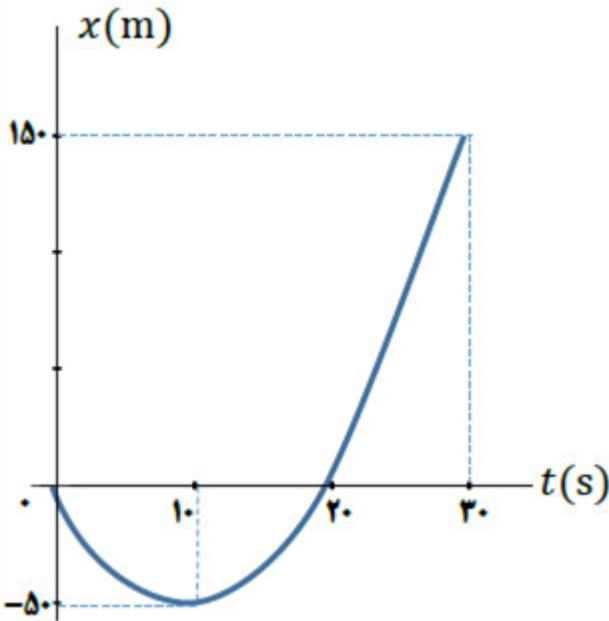
تاریخ برگزاری ۱۴۰۵/۰۲/۰۸

عنوان آزمون : جمع بندی امتحانات نهایی - ۱ اردیبهشت - دوازدهم ریاضی



۱

نمودار مکان - زمان متحرکی که در امتداد محور x با شتاب ثابت در حرکت می‌باشد، به صورت سهمی شکل زیر است.
الف) معادله مکان - زمان این متحرک را بنویسید.
ب) مسیر حرکت متحرک در امتداد محور x را رسم کنید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۲

گزاره‌های زیر را با انتخاب واژه مناسب، کامل کنید. (یک واژه اضافه است).
(بردار جابه‌جایی - برداری - تندی متوسط - بردار مکان - شتاب - نرده‌ای)
الف) تندی متوسط ، کمیتی است.

ب) پاره خط جهت‌داری که مکان آغازین حرکت را به مکان پایانی حرکت وصل می‌کند نامیده می‌شود.
پ) شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان در هر لحظه برابر در آن لحظه است.
ت) برداری که مبدأ محور را به مکان جسم در هر لحظه وصل می‌کند جسم در آن لحظه نامیده می‌شود.
ث) در حرکت متحرک بدون تغییر جهت، اندازه ی سرعت متوسط در هر بازه زمانی برابر در آن بازه‌ی زمانی است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۳

درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) سرعت متوسط ، یک کمیت برداری است که همواره با بردار تغییر مکان، هم‌جهت می‌باشد.
ب) شیب خطی که نمودار سرعت - زمان را در دو لحظه به هم وصل می‌کند، برابر شتاب لحظه‌ای است.
پ) عقربه‌ی تندی‌سنج خودروها، تندی لحظه‌ای خودرو را نشان می‌دهند.
ت) شتاب در یک حرکت، فقط به دلیل تغییر در اندازه‌ی بردار سرعت ایجاد می‌شود.

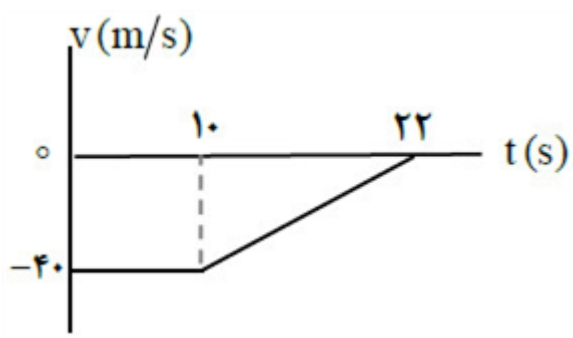
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰



۴

موتورسواری در یک مسیر مستقیم در امتداد محور X حرکت می‌کند. نمودار سرعت - زمان موتورسوار مطابق شکل است. در این حرکت:

الف) موتورسوار از لحظه‌ی صفر تا $22s$ چه قدر جابه‌جا شده است؟
ب) اگر $x_0 = 0$ باشد، نمودار مکان - زمان حرکت او را رسم نمایید.

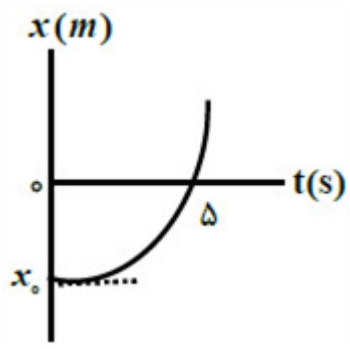


سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۵

شکل روبه‌رو، نمودار مکان - زمان متحرکی را نشان می‌دهد که با شتاب ثابت $\frac{2}{s^2} m$ در امتداد محور X شروع به حرکت می‌کند.

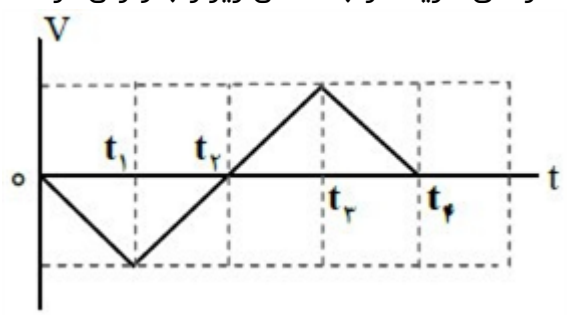
الف) مکان متحرک در لحظه‌ی $t = 0s$ چند متر است؟
ب) سرعت متحرک در لحظه‌ی $t = 5s$ چند متر بر ثانیه است؟



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۶

شکل زیر نمودار سرعت - زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد محور X حرکت می‌کند. با توجه به آن درستی یا نادرستی هریک از جمله‌های زیر را با واژه‌ی درست یا نادرست مشخص کنید.



الف) در بازه‌ی زمانی t_1 تا t_2 ، متحرک در جهت محور X حرکت می‌کند.
ب) در بازه‌ی زمانی 0 تا t_3 ، متحرک در لحظه‌ی t_2 تغییر جهت می‌دهد.
پ) سرعت متوسط متحرک، در کل زمان حرکت، صفر است.
ت) در بازه‌ی زمانی t_2 تا t_3 ، بردار شتاب در خلاف جهت محور X است.
ث) در بازه‌ی زمانی t_3 تا t_4 ، حرکت متحرک کندشونده است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰



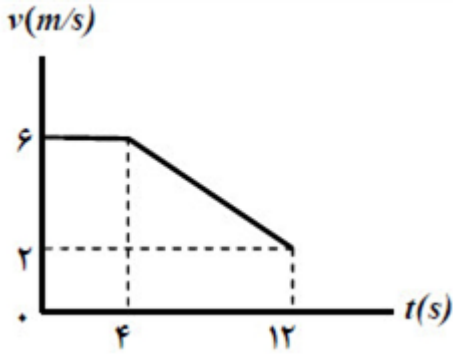
7

در هریک از جمله‌های زیر، عبارت مناسب را از داخل پرانتز انتخاب کنید و بنویسید.
 الف) در حرکت بر خط راست (با تغییر - بدون تغییر) جهت، اندازه‌ی بردار جابه‌جایی برابر مسافت پیموده شده است.
 ب) در حرکت با (سرعت - شتاب) ثابت روی خط راست، تغییرات سرعت نسبت به زمان به صورت یک تابع خطی است.
 ج) سرعت (لحظه‌ای - متوسط) در هر لحظه‌ی دلخواه، برابر شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در آن لحظه است.
 د) در حرکت بر خط راست، بردار شتاب متوسط با بردار تغییر (مکان - سرعت) هم‌جهت است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

8

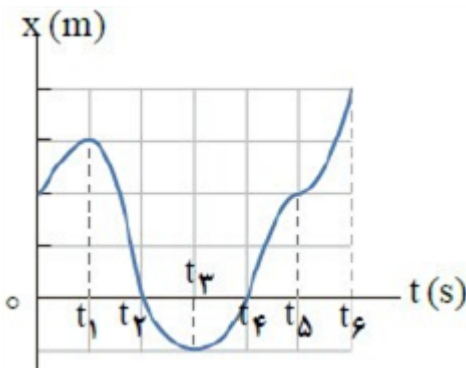
شکل روبه‌رو نمودار سرعت - زمان حرکت یک متحرک که در راستای محور x حرکت می‌کند را نشان می‌دهد.
 الف) بزرگی شتاب متوسط متحرک در بازه‌ی زمانی $t_1 = 4s$ تا $t_2 = 12s$ را به دست آورید.
 ب) اگر این متحرک در لحظه‌ی $t_0 = 0s$ در مکان $x_0 = 2m$ باشد، در لحظه‌ی $t = 2s$ در چند متری مبدأ است؟



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

9

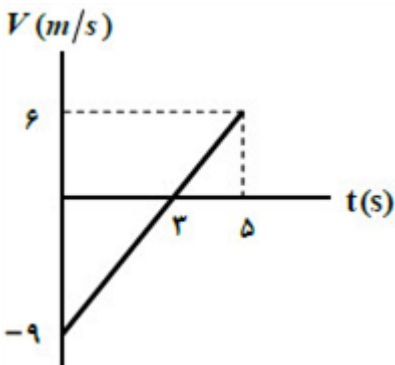
با توجه به نمودار مکان - زمان شکل روبه‌رو، به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.
 الف) متحرک در کدام لحظه‌ها از مبدأ مکان عبور کرده است؟
 ب) جهت حرکت در کدام لحظه‌ها تغییر کرده است؟
 پ) دو بازه‌ی زمانی بنویسید که متحرک در حال دور شدن از مبدأ می‌باشد.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

10

شکل زیر نمودار سرعت - زمان متحرکی را در حرکت روی محور x نشان می‌دهد.
 الف) نوع حرکت متحرک در بازه‌ی زمانی صفر تا $3s$ تندشونده است یا کندشونده؟ چرا؟
 ب) مسافتی که متحرک در بازه‌ی زمانی صفر تا $5s$ می‌پیماید، چند متر است؟

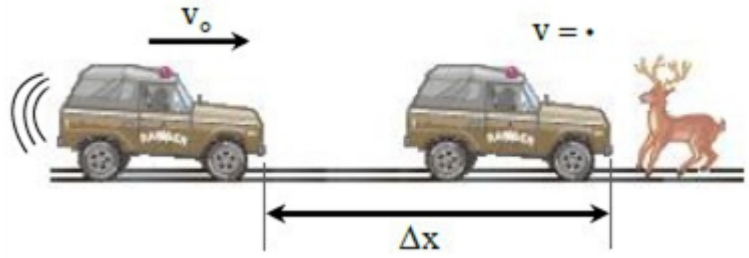


سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹



۱۱

مطابق شکل، محیط بان با سرعت $20 \frac{m}{s}$ در حال حرکت است که ناگهان گوزنی را در فاصله‌ی ۴۵ متری خود می‌بیند و ترمز می‌گیرد. خودرو پس از ۴ ثانیه می‌ایستد.



- الف) شتاب کندشونده‌ی خودرو را حساب کنید.
- ب) جابه‌جایی خودرو تا توقف چه قدر است؟
- پ) آیا خودرو به گوزن برخورد می‌کند؟ چرا؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۱۲

گزاره‌های زیر را کامل کنید.

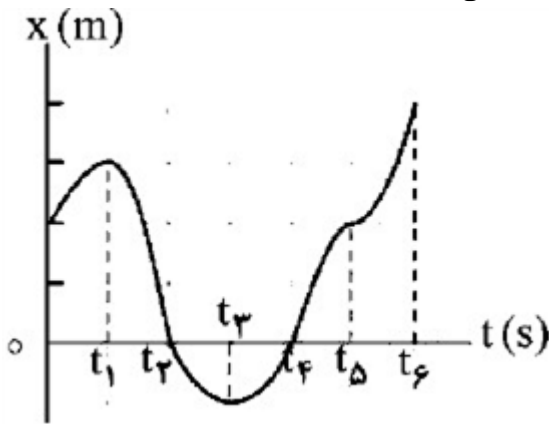
- الف) برداری که مبدأ محور را به مکان جسم در هر لحظه وصل می‌کند، بردار جسم در آن لحظه نامیده می‌شود.
- ب) شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان در هر لحظه‌ی دلخواه t ، برابر در آن لحظه است.
- پ) نیروی گرانشی میان دو ذره با حاصل ضرب جرم دو ذره نسبت دارد.
- ت) بزرگی نیرویی که زمین به ما وارد می‌کند بزرگی نیرویی است که ما به زمین وارد می‌کنیم.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ۹۸

۱۳

نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است.

- الف) جهت حرکت در کدام لحظه‌ها تغییر کرده است.
- ب) در کدام بازه‌ی زمانی متحرک در خلاف جهت محور x ، در حال نزدیک شدن به مبدأ است؟
- پ) شتاب متحرک در بازه‌ی زمانی t_2 تا t_4 در جهت محور x است یا در خلاف آن؟



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۱۴

جسمی در شرایط خلأ از ارتفاع ۸۰ متری نسبت به سطح زمین رها می‌شود. زمان سقوط جسم را به دست آورید.

$$\left(g = 10 \frac{m}{s^2} \right)$$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۱۵

متحرکی در امتداد محور x و با شتاب ثابت در حرکت است. اگر سرعت متحرک در مکان $x = -1m$ برابر $6 \frac{m}{s}$ و در مکان $x = 7m$ برابر $10 \frac{m}{s}$ باشد:

- الف) شتاب حرکت آن چند متر بر مربع ثانیه است؟
- ب) پس از چه مدتی سرعت متحرک از $6 \frac{m}{s}$ به $10 \frac{m}{s}$ می‌رسد؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ماه ۱۴۰۳



۱۶

کلمه صحیح را از داخل پرانتز انتخاب و بنویسید.

برای شناگری که طول یک استخر را شنا می‌کند و به نقطه شروع برمی‌گردد، کمیت (مسافت - جابه‌جایی) صفر است.

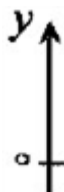
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۱۷

سنگی از بالای یک پل آزادانه سقوط می‌کند و با تندی $40 \frac{m}{s}$ به سطح آب برخورد می‌کند.

الف) سرعت متوسط سنگ را در حین سقوط به دست آورید.

ب) ارتفاع پل نسبت به سطح آب چقدر است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

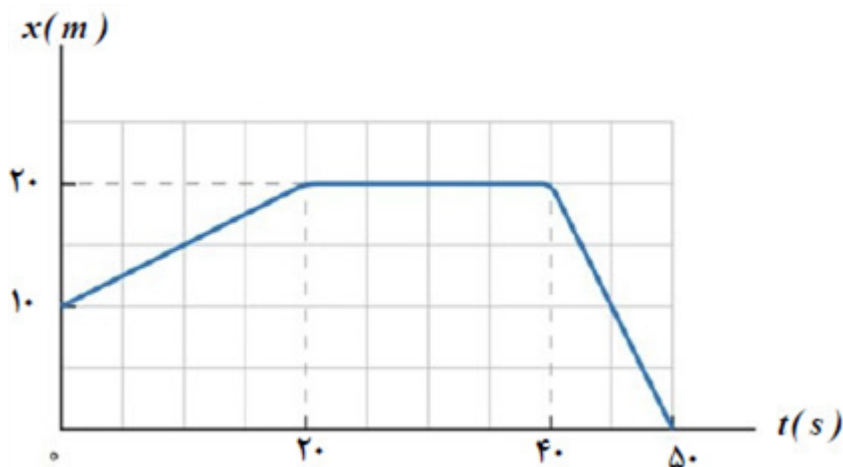


سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۱۸

شکل زیر نمودار مکان - زمان جسمی را که روی محور x حرکت می‌کند نشان می‌دهد.

معادله حرکت متحرک را در بازه‌های زمانی صفر تا ۲s و ۲s تا ۴s و ۴s تا ۵s بنویسید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۱۹

درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را با علامت‌های د یا ن مشخص کنید:

الف) نمودار مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت به صورت خط راست است.

ب) در لحظه‌ای که متحرک از مبدأ مکان عبور می‌کند، جهت بردار مکان تغییر می‌کند.

پ) مسافت طی شده توسط متحرک، کمیتی نرده‌ای است.

ت) در حرکت بر روی خط راست، اگر شتاب حرکت ثابت بماند، اندازه سرعت نیز ثابت می‌ماند.

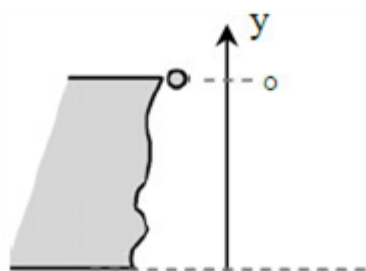
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۲۰

گلوله‌ای از یک صخره به ارتفاع ۱۸۰ متر نسبت به زمین، آزادانه سقوط می‌کند.

الف) زمان سقوط آزاد گلوله را به دست آورید. $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

ب) سرعت برخورد گلوله به سطح زمین را پیدا کنید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱



۲۱

معادله‌ی مکان - زمان متحرکی که با سرعت ثابت در جهت محور x در حال حرکت است در SI به صورت $x = 20t + 10$ است.

الف) جابه‌جایی این متحرک در بازه‌ی زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 3s$ چند متر است؟
ب) نمودار سرعت - زمان آن را رسم کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۲۲

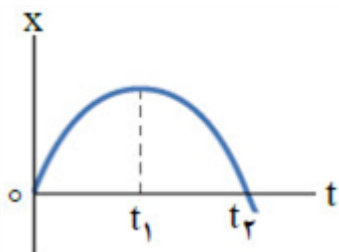
عبارت درست را از درون پرانتز انتخاب کرده و به پاسخ‌نامه منتقل کنید.
الف) تندی متوسط یک کمیت (بردار - نرده‌ای) است.

ب) برداری که مبدأ محور را به مکان جسم وصل می‌کند، بردار (مکان - جابه‌جایی) است.
پ) بردار شتاب متوسط همواره هم‌جهت با بردار (تغییر سرعت - سرعت) است.
ت) معادله‌ی مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت، تابعی درجه‌ی (اول - دوم) از زمان است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۲۳

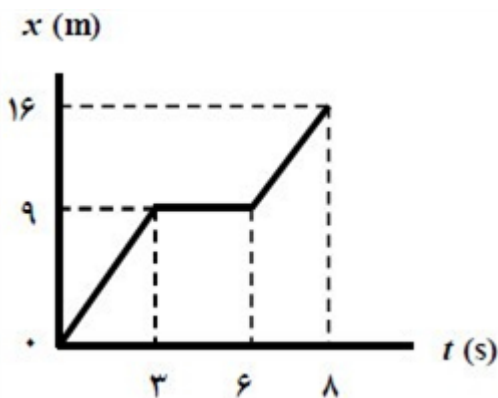
نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است.
الف) در کدام بازه‌ی زمانی سرعت در حال افزایش و در کدام بازه سرعت در حال کاهش است؟
ب) در چه لحظه‌ای سرعت حرکت برابر صفر است؟
پ) شتاب حرکت در جهت محور x است یا خلاف آن؟



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۲۴

شکل روبه‌رو نمودار مکان - زمان حرکت یک متحرک که در راستای محور x حرکت می‌کند را نشان می‌دهد.
الف) در کدام لحظه متحرک بیش‌ترین فاصله از مبدأ مختصات را دارد؟
ب) سرعت متوسط متحرک در بازه‌ی زمانی $4s$ تا $8s$ چند متر بر ثانیه است؟
پ) مسافت طی شده در بازه‌ی زمانی صفر تا $8s$ چند متر است؟



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۲۵

در جمله‌های زیر، جاهای خالی را با کلمه‌های مناسب تکمیل کنید:
الف) در حرکت بر روی خط راست و بدون تغییر جهت، مسافت با برابر است.
ب) شتاب متوسط، کمیتی برداری است و هم‌جهت با بردار می‌باشد.
پ) در حرکت، سرعت متوسط متحرک در هر بازه‌ی زمانی دلخواه، با سرعت لحظه‌ای آن برابر است.
ت) بردار سرعت در هر نقطه از مسیر، بر مسیر حرکت است.
ث) شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان، برابر متحرک است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹



۲۶ به ازای چه مقادیری از m دستگاه معادلات $\begin{cases} -4x + (m-3)y = 3 \\ 2x - \frac{m-2}{2}y = 1 \end{cases}$ یک جواب منحصر به فرد دارد؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۲۷ اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ به صورت $a_{ij} = \begin{cases} -1 & |i-j| > 1 \\ 0 & |i-j| = 1 \\ 1 & |i-j| < 1 \end{cases}$ باشد، ماتریس $A^2 - 2I$ را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۲۸ اگر $A = \begin{bmatrix} |A| & 0 & 1 \\ 1 & |A| & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، مقدار $|A|$ را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۲۹ در تساوی ماتریسی $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ، ماتریس A را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۳۰ ماتریس‌های $A = \begin{bmatrix} -1 & m \\ -2 & m \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ چنان هستند که $C = 3A + 2B$ ماتریس قطری است. مقدار m و مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس C را حساب کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۳۱ درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.
الف) اگر A ماتریس اسکالر و B ماتریس هم‌مرتبه A باشد، آنگاه حاصلضرب آنها تعویض‌پذیر است.
ب) اگر $A = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 10 & -4 \end{bmatrix}$ باشد آنگاه $A^{1403} = I$.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۳۲ اگر $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$ و $|A^3| = -8$ باشد، حاصل $\frac{|A^{-1}|}{|3A|}$ را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۳۳ دستگاه معادلات $\begin{cases} 3x + 7y = -4 \\ -5x + 2y = -7 \end{cases}$ را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۳۴ ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ که $a_{ij} = \begin{cases} j-1 & i > j \\ i^2 - j & i = j \\ 1-i & i < j \end{cases}$ و $B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ مفروض‌اند.
الف) حاصل $A \times B$ را به دست آورید.
ب) دترمینان ماتریس B را به دست آورید. (با روش دلخواه)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲



۳۵

جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

الف) در ماتریس قطری $A = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 2k-1 & 2 \end{bmatrix}$ مقدار k برابر است.

ب) هرگاه صفحه‌ای شامل محور یک سطح مخروطی، آن را برش دهد، فصل مشترک حاصل است.

پ) حجم متوازی‌السطوحی که روی بردارهای واحد \vec{i} و \vec{j} و \vec{k} بنا می‌شود، برابر است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۳۶

اگر A ماتریسی 3×3 باشد و $|A| = -2$ ، حاصل $|A^{-1}| + |2A|$ را محاسبه کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۳۷

جای خالی را با واژه مناسب کامل کنید.

اگر $A = \begin{bmatrix} -\sin \theta & \cos \theta \\ \cos \theta & \sin \theta \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه دترمینان ماتریس A برابر است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۳۸

ماتریس‌های $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} x+1 & y+2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ را در نظر بگیرید، اگر $A + B = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 8 & 3 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه مقادیر x و y را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۳۹

در دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ ، اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ ، آنگاه دستگاه بی‌شمار جواب دارد. (درست - نادرست)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۴۰

عبارت زیر را کامل کنید.

- اگر ماتریس $\begin{bmatrix} r & m-1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ یک ماتریس همانی باشد حاصل $m + r$ برابر با است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۴۱

اگر $A = [2i - 3j]_{3 \times 2}$ و $B_{2 \times 3} = \begin{cases} -1 & i \neq j \\ 0 & i = j \end{cases}$ باشد، دترمینان ماتریس AB را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۴۲

جواب دستگاه مقابل را در صورت وجود، با استفاده از ماتریس وارون بیابید.

$$\begin{cases} 3x - 4y = 7 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۴۳

اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ یک ماتریس 3×3 با درایه‌های $a_{ij} = \begin{cases} i-j & i < j \\ 2 & i = j \\ i+j & i > j \end{cases}$ باشد، درایه‌های a_{12}, a_{31}, a_{33} را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۴۴

اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ مقادیر a و b را طوری به دست آورید که $A \times B$ ماتریس قطری باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹



۴۵ اگر دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} x-1 & 8 \\ 3 & z+1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} y+1 & x-2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ مساوی باشند مقدار $x + y + z$ را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۴۶ دستگاه معادلات $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 2x + 4y = -4 \end{cases}$ را با استفاده از A^{-1} حل کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۴۷ جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید.

الف) در ماتریس قطری $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ m-1 & 4 \end{bmatrix}$ مقدار m برابر است.

ب) اگر A یک ماتریس 3×3 و $|A| = 5$ باشد آن گاه $\left| \frac{1}{2}A \right|$ برابر است.

پ) اگر طول قطر بزرگ بیضی دو برابر فاصله کانونی آن باشد، خروج از مرکز بیضی برابر است.
ت) سهمی مکان هندسی نقاطی از یک صفحه است که از یک خط ثابت در آن صفحه و از یک ثابت غیرواقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشند.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۴۸ الف) اگر $A = \begin{bmatrix} |A| & 8 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ در این صورت حاصل $|A|$ را بیابید.
ب) ماتریس وارون A را حساب کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۴۹ اگر ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ که $a_{ij} = \begin{cases} i^x - 1 & i = j \\ i - j & i > j \\ j - i & i < j \end{cases}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ باشد:
الف) حاصل ماتریس $A \times B$ را به دست آورید.
ب) دترمینان ماتریس B را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۸

۵۰ درستی و نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

اگر برای ماتریس‌های متمایز A, B, C داشته باشیم، $AB = AC$ ، آنگاه لزوماً $B = C$ است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸



پاسخنامه تشریحی

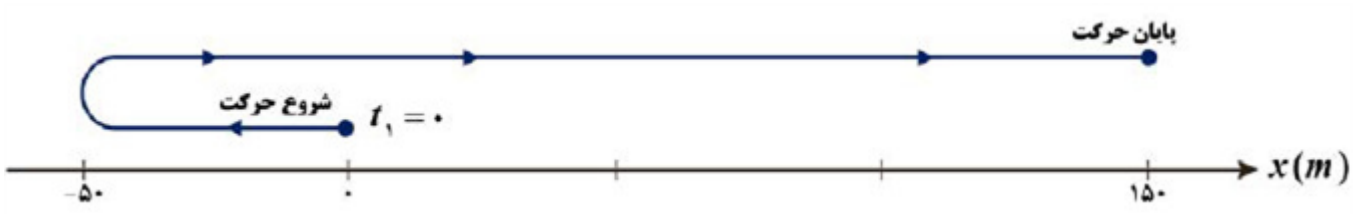
$$\text{الف)} \Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \Rightarrow -50 = \frac{0 + v_0}{2} \cdot 10 \Rightarrow v_0 = -10 \frac{m}{s}$$

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{0 - (-10)}{10} = 1 \frac{m}{s^2}$$

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} t^2 - 10t$$

۱

(ب)

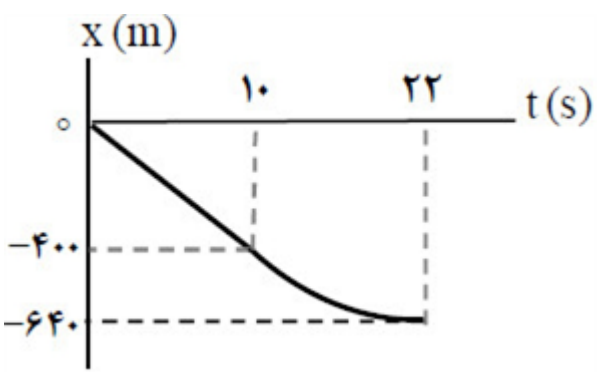


(ص ۲۶ و ۲۵)

(الف) بردار جابه‌جایی (ص ۲)
(ت) بردار مکان (ص ۴)

۲ (الف) نرده‌ای (ص ۳)
(پ) شتاب (ص ۱۱)
(ث) تندی متوسط (ص ۴)

۳ (الف) درست (ص ۳ و ۹ و ۱۰ و ۱۱)
(ب) نادرست
(پ) درست
(ت) نادرست



$$\text{الف)} \Delta x = (-40 \times 10) + \left(\frac{(-40) \times 12}{2} \right) = -640m$$

۴

(ب) رسم درست نمودار شامل: راست بودن خط نمودار در مرحله اول
منحنی با شیب کم‌شونده در مرحله دوم
صفر شدن شیب نمودار در ثانیه ۲۲ (ص ۲۱)

$$\text{الف)} v_0 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow 0 = \frac{1}{2} \times 2 \times 5^2 + x_0 \Rightarrow x_0 = -25m$$

۵

$$\text{ب)} v = at + v_0 \Rightarrow v = 2 \times 5 = 10 \frac{m}{s} \text{ (ص ۱۷)}$$

۶ (الف) نادرست
(پ) درست
(ث) درست
(ب) درست
(ت) نادرست
(ص ۱۹ و ۲۰ و ۲۷)

۷ (الف) بدون تغییر (ص ۲ و ۹ و ۱۱ و ۱۵)
(ب) شتاب
(پ) لحظه‌ای
(ت) سرعت

الف) $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_{av} = \frac{2 - 6}{12 - 4} \Rightarrow a_{av} = -0.5 \frac{m}{s^2}$ (ص ۱۲)

ب) $x = vt + x_0 \Rightarrow x = 6t + 2 \Rightarrow x = 6 \times 2 + 2 = 14m$ (ص ۱۴)

۸

الف) در t_2 و t_4

ب) در t_1 و t_3

پ) دو مورد از: (صفر تا t_1) یا (t_2 تا t_3) یا (t_4 تا t_6) (ص ۸)

الف) کندشونده، زیرا تندی متحرک در حال کاهش است. (ص ۱۶)

ب) $l = |s_1| + s_2 \Rightarrow l = \left| \frac{-9 \times 3}{2} \right| + \frac{6 \times 2}{2} \Rightarrow l = 19.5m$ (ص ۱۹)

الف) $a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{0 - 20}{4} = -5 \frac{m}{s^2}$

ب) $\Delta x = \left(\frac{v + v_0}{2} \right) t \Rightarrow \Delta x = \left(\frac{0 + 20}{2} \right) \times 4 \Rightarrow \Delta x = 40m$

$40m < 45m$

پ) خیر، زیرا:

(ص ۱۸)

الف) برداری که مبدأ محور را به مکان جسم در هر لحظه وصل می‌کند، بردار مکان جسم در آن لحظه نامیده می‌شود.

(ص ۴)

ب) شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان در هر لحظه دلخواه t ، برابر شتاب لحظه‌ای در آن لحظه است. (ص ۱۱)

پ) نیروی گرانشی میان دو ذره با حاصل ضرب جرم دو ذره نسبت مستقیم دارد. (ص ۴۷)

ت) بزرگی نیرویی که زمین به ما وارد می‌کند برابر بزرگی نیرویی است که ما به زمین وارد می‌کنیم. (ص ۳۲)

پ) در جهت

ب) t_1 تا t_2

الف) t_1 و t_2

$y = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0 \Rightarrow -80 = -5t^2 \Rightarrow t = 4s$

الف) $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 100 - 36 = 2a \times 8 \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}$

ب) $v = at + v_0 \Rightarrow 10 = 4t + 6 \Rightarrow t = 1s$

جابه‌جایی

الف) $v_{av} = \frac{v + v_0}{2} \Rightarrow v_{av} = \frac{-40}{2} = -20 \frac{m}{s}$ (ص ۲۳)

ب) $v^2 = -2g\Delta y \Rightarrow h = |\Delta y| = 80m$

$x = vt + x_0 \Rightarrow x = 0.5t + 10 \Rightarrow x = 20m$ (ص ۱۴)

ت) ن

پ) د

ب) د

الف) ن

(ص ۳ و ۶ و ۳ و ۱۵)



الف) $\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow -180 = -5t^2 \Rightarrow t = 6s$

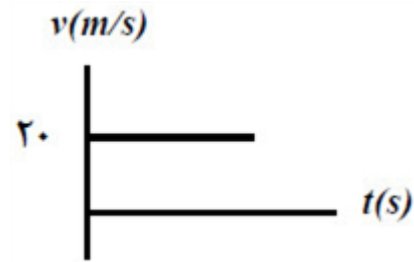
۲۰

ب) $v^2 = -2g\Delta y \Rightarrow v^2 = -2 \times 10 \times (-180) = 3600 \Rightarrow v = 60 \frac{m}{s}$ (ص ۲۲)

الف) $x_1 = 20 + 10 = 30m$ $x_2 = 60 + 10 = 70m$ $\Delta x = x_2 - x_1$

۲۱

$\Delta x = 70 - 30 = 40m$



ب) رسم نمودار سرعت - زمان (ص ۲۴)

ت) دوم (ص ۳ و ۴ و ۱۱ و ۱۷)

پ) تغییر سرعت

ب) مکان

الف) نرده‌ای

۲۲

الف) از t_1 تا t_2 در حال افزایش و از t_2 تا t_3 در حال کاهش

۲۳

ب) در t_1

پ) در خلاف آن (ص ۱۰)

الف) $8s$

۲۴

ب) $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{16 - 9}{8 - 6} = 3.5 \frac{m}{s}$

پ) $l = 16m$ (ص ۹)

ب) تغییر سرعت

الف) جابه‌جایی

۲۵

ت) مماس

پ) با سرعت ثابت (یک‌نواخت)

ث) شتاب لحظه‌ای (ص ۲ و ۷ و ۱۰ و ۱۱)

$$\frac{-4}{2} \neq \frac{m-3}{-\frac{(m-3)}{2}} \Rightarrow -2 \neq -2$$

روش اول: به ازای هیچ مقدار m

۲۶

روش دوم: به ازای هیچ m ای دترمینان زیر مخالف صفر نمی‌شود.

$$\begin{vmatrix} -4 & m-3 \\ 2 & -\frac{m-3}{2} \end{vmatrix} = -4 \left(-\frac{m-3}{2} \right) - 2(m-3) = 0$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, A^T - 2I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

۲۷

$$|A| = |A| (|A| - 2) + 1(2) \Rightarrow |A|^2 - 3|A| + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} |A| = 1 \\ |A| = 2 \end{cases} \text{ (ص ۲۸ و ۳۰)}$$

۲۸



$$\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{15-14} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -7 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 4 \\ 17 & -9 \end{bmatrix}$$

(ص ۲۵)

۲۹

$$C = 3A + 2B = \begin{bmatrix} -3 & 3m \\ -6 & 3m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 6 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3m-6 \\ 0 & 3m+2 \end{bmatrix}$$

$$3m-6=0 \Rightarrow 3m=6 \Rightarrow m=2 \Rightarrow C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه‌های قطر اصلی} = 9$$

۳۰

(ب) نادرست

(الف) درست

۳۱

$$|A^T| = |A|^T = -8 \Rightarrow |A| = -2, \frac{|A^{-1}|}{|3A|} = \frac{\frac{1}{|A|}}{3^2|A|} = \frac{1}{3^2}$$

۳۲

$$X = A^{-1}B \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{41} \begin{bmatrix} 2 & -7 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4 \\ -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

۳۳

$$A = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 2 & -1 \\ \cdot & 1 & 6 \end{bmatrix} \quad (\text{ص ۲۸ و ۲۱})$$

۳۴

الف) $A \times B = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ -5 & -4 & 3 \\ 4 & 1 & -5 \end{bmatrix}$

ب) $\begin{vmatrix} -1 & 1 & 2 & -1 & 1 \\ -2 & -1 & 1 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$

$$|B| = (-1 + 1 - 8) - (-2 - 2 + 2) = -6$$

الف) $k = \frac{1}{2}$ (ص ۱۲)

۳۵

(ب) دو خط متقاطع (ص ۳۹)

(پ) یک (ص ۸۲ و ۸۳)

$$|2A| + |A^{-1}|^T = 2^2|A| + \frac{1}{|A|^T} = 8(-2) + \frac{1}{-8} = \frac{-129}{8} \quad (\text{ص ۳۱})$$

۳۶

-۱ (ص ۲۸)

۳۷

(ص ۱۳) $x = 2, y = -1$

۳۸

نادرست (ص ۲۶)

۳۹

دو (ص ۱۲)

۴۰



$$B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$$

۴۱

$$AB = \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 5 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & -3 & -3 \end{bmatrix} \Rightarrow |AB| = 4(6) - 1(-6) + 5(-6) = 0$$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{3+8} \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

۴۲

$$a_{rr} = 2, a_{r1} = 3+1=4, a_{1r} = 1-2=-1$$

۴۳

$$A \times B = \begin{bmatrix} 4+3a & -8+2a \\ b-3 & -2b-2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2a-8=0 \Rightarrow 2a=8 \Rightarrow a=4 \\ b-3=0 \Rightarrow b=3 \end{cases}$$

۴۴

$$\begin{cases} x-1=y+1 \\ x-2=8 \Rightarrow x=10, y=8, z=3 \Rightarrow x+y+z=21 \\ z+1=4 \end{cases}$$

۴۵

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} = 10 \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

۴۶

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow x=1, y=-1$$

الف) $m=1$ (الف) $\frac{5}{8}$ (ب) $\frac{1}{2}$ (پ) ت) نقطه

۴۷

$$\text{الف)} |A| = 5|A| - 24 \Rightarrow |A| = 6$$

$$A^{-1} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 5 & -8 \\ -3 & 6 \end{bmatrix}$$

ب) ماتریس A وارون پذیر است و وارون آن برابر است با:

۴۸

$$\text{الف)} A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 8 \end{bmatrix}, A \times B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 8 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 12 \\ 1 & 10 & 11 \\ 19 & 5 & 42 \end{bmatrix}$$

۴۹

$$\text{ب)} |B| = 2(15) - 1(-9) + 0(-6) = 39$$

نادرست (۰/۲۵) ۵۰

۵۰



