



نام و نام خانوادگی :

زمان آزمون :

پایه تحصیلی :

تاریخ برگزاری ۱۴۰۵/۰۲/۲۸

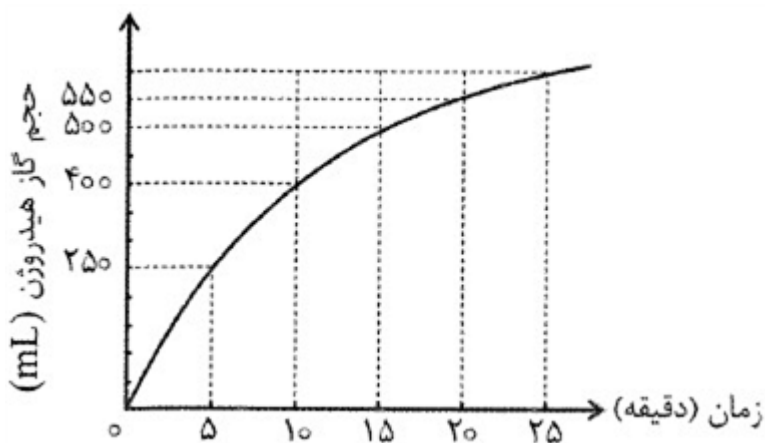
نام دبیر :

عنوان آزمون : ۱۲ ریاضی - دوشنبه ۲۸ اردیبهشت - تست تکمیلی



۱

مقداری پودر منیزیم را به ۲۰۰ mL محلول ۰/۲ مولار هیدروکلریک اسید اضافه می‌کنیم. با توجه به نمودار مقابل، پس از گذشت چند دقیقه از شروع واکنش، pH محلول اولیه، دو برابر می‌شود؟ (حجم محلول را ثابت، و حجم مولی گازها را در شرایط آزمایش ۲۵ لیتر در نظر بگیرید.)



۲۰ (۴)

۱۵ (۳)

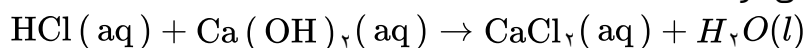
۱۰ (۲)

۵ (۱)

آزمون های آزمایشی - دوازدهم - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۲

۳۰۰ میلی‌لیتر محلول هیدروکلریک اسید با $\text{pH} = 1/7$ با چند میلی‌لیتر محلول کلسیم هیدروکسید ۰/۰۴ مولار طبق معادله موازنه نشده زیر به طور کامل خنثی می‌شود؟



۳۷/۵ (۴)

۷۵ (۳)

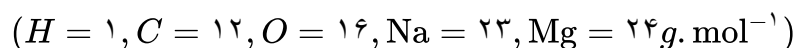
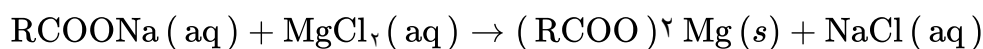
۱۵۰ (۲)

۳۰۰ (۱)

آزمون های آزمایشی - دوازدهم - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۳

از واکنش ۰/۴ مول از صابونی با ساختار زیر با مقدار کافی محلول منیزیم کلرید (طبق معادله کلی موازنه نشده زیر) چند گرم رسوب تشکیل می‌شود؟



۲۳۶ (۴)

۱۲۲/۸ (۳)

۱۱۸ (۲)

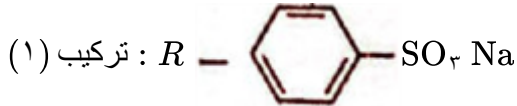
۶۱/۴ (۱)

آزمون های آزمایشی - دوازدهم - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳



۴

با توجه به فرمول شیمیایی ترکیب‌های زیر، کدام مطالب به یقین درست است؟



(۲) ترکیب : NaOH

(۳) ترکیب : HCl

(۴) ترکیب : $\text{CH}_2(\text{CH}_2)_{17}\text{COOH}$

الف) ترکیب ۱ پاک‌کننده غیرصابونی است و در آب‌سخت قدرت پاک‌کنندگی خود را از دست نمی‌دهد.
 ب) ترکیب‌های ۲ و ۳ پاک‌کننده خورنده هستند و با آلاینده‌ها می‌توانند واکنش دهند.
 ج) از واکنش ترکیب‌های ۳ و ۴ می‌توان یک پاک‌کننده صابونی جامد تهیه کرد.
 د) نام ترکیب ۳ هیدروکلریک اسید یا جوهر نمک است که از باخته‌های دیواره معده انسان هم ترشح می‌شود.

۴ الف - د

۳ ج - د

۲ الف - ب

۱ ب - د

آزمون‌های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۵

کدام مطلب درست است؟

۱ در محلول آمونیاک، همواره $\frac{[\text{NH}_4^+]}{[\text{NH}_3]} < 1$ است.

۲ محلول اسیدهای آلی الکترولیت قوی است.

۳ هرچه مقدار K_a در اسیدها بیشتر باشد، مقدار درصد α کمتر است.

۴ مخلوط سدیم هیدروکسید و فلز آلومینیم با تولید گازهای خورنده باعث باز شدن گرفتگی لوله‌ها می‌شود.

آزمون‌های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

۶

چند مورد از موارد زیر درباره شوینده داده شده درست است؟



• جزء شوینده‌های خورنده است.

• محلول آن در روغن مخلوطی پایدار است.

• از چربی‌ها به دست می‌آید.

• عدد اکسایش یکی از کربن‌های آن +۳ است.

• در آب سخت خوب کف می‌کند.

• بخش ناقطبی آن در هگزان حل می‌شود.

۴ ۵

۳ ۴

۲ ۳

۱ ۲

آزمون‌های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

۷

اگر به ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول سدیم هیدروکسید با غلظت $0.2 / 0$ مولار، میلی‌لیتر آب اضافه شود، ۲۰ میلی‌لیتر از محلول حاصل می‌تواند ۱۰ میلی‌لیتر محلول هیدروکلریک اسید با غلظت مولار را خنثی کند.

۴ ۰.۳۰۰، ۰.۰۲ / ۰

۳ ۰.۳۰۰، ۰.۰۱ / ۰

۲ ۰.۶۰۰، ۰.۰۱ / ۰

۱ ۰.۶۰۰، ۰.۰۲ / ۰

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۸

چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

• از واکنش کامل هر مول چربی با سود سوزآور، ۳ مول صابون به دست می‌آید.

• مولکول‌های صابون در آب به صورت سوسپانسیون درمی‌آیند.

• یون‌های کلسیم و منیزیم در آب باعث کاهش غلظت صابون در آب می‌شوند.

• علاوه بر افزودن آنزیم، روش‌های دیگری نیز برای افزایش قدرت شویندگی صابون وجود دارد.

۴ ۴

۳ ۳

۲ ۲

۱ ۱

آزمون‌های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱



۹ کدام مطلب درست است؟

- ۱ فلزها فقط با اسیدها واکنش می‌دهند و در محیط قلیایی پایدار هستند.
- ۲ محلول آب و الکل را می‌توان پاک‌کننده خورنده در نظر گرفت.
- ۳ بازها در پوست، احساس لیزی ایجاد می‌کنند و آسیبی به آن نمی‌رسانند.
- ۴ علاوه بر اکسید نافلزات؛ ترکیبات هیدروژن‌دار برخی نافلزها هم خاصیت اسیدی دارند.

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

۱۰ مقدار Ka برای اسید HA با غلظت ۰/۱ مولار در شرایط معین $10^{-4} \times 1/6$ است. درصد یونش این اسید کدام است؟

- ۱ ۰/۰۱ (۱) ۲ ۱ (۲) ۳ ۰/۰۴ (۳) ۴ ۴ (۴)

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

۱۱ کدام گزینه نادرست است؟

- ۱ یک صابون همه لکه‌ها را به یک اندازه از بین نمی‌برد چون نوع پارچه، دما، نوع آب و مقدار صابون بر قدرت پاک‌کنندگی صابون تأثیر دارد.
- ۲ مولکول‌های صابون از سر آنیونی خود با مولکول‌های آب جاذبه برقرار می‌کنند.
- ۳ با کاهش تعداد کربن‌ها در پاک‌کننده‌ها، خاصیت پاک‌کنندگی افزایش می‌یابد.
- ۴ در کلویید چربی در آب که به کمک صابون تشکیل می‌شود، سر ناقطبی مولکول‌های صابون در چربی نفوذ می‌کند.

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

۱۲ نسبت $\frac{[OH^-]}{[H^+]}$ در محلول ۰/۰۰۲ مولار باز ضعیف BOH با درصد یونش ۴% به تقریب کدام است؟

- ۱ $3/2 \times 10^5$ (۱) ۲ $3/2 \times 10^{-5}$ (۲) ۳ $6/4 \times 10^{-5}$ (۳) ۴ $6/4 \times 10^5$ (۴)

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

۱۳ تمام مطالب زیر درست هستند، به جز:

- ۱ استون حلال چربی است ولی در آب پخش می‌شود.
- ۲ روغن زیتون، برخلاف ترکیب‌های یونی، در آب نامحلول است.
- ۳ اتیلن گلیکول که به عنوان ضد یخ کاربرد دارد، در هگزان که یک حلال ناقطبی است، حل نمی‌شود.
- ۴ وجود گروه‌های هیدروکسیل در ساختار اسیدهای چرب، باعث انحلال آن‌ها در حلال‌های قطبی نمی‌شود.

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۹۹-۰۰

۱۴ pH محلول ۰/۰۱ مولار از باز BOH برابر ۹ است. درصد تفکیک یونی آن، کدام است؟

- ۱ ۰/۵ (۱) ۲ ۵ (۲) ۳ ۰/۱ (۳) ۴ ۱ (۴)

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۹۹-۰۰



۱۵ اگر pH یک محلول برابر ۹ باشد، غلظت مولار یون OH^- (aq) در آن، برابر غلظت مولار یون H^+ (aq) است و این محلول فنول فتالین را به رنگ در می‌آورد.

- ۱ 10^4 ، ارغوانی
- ۲ 10^4 ، سرخ
- ۳ 10^5 ، ارغوانی
- ۴ 10^5 ، سرخ

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۶ کدام عبارت‌ها نادرست است؟

الف) برای کاهش میزان اسیدی بودن خاک به آن آهک (CaO) می‌افزایند.
ب) گاز هیدروژن کلرید HCl(g) برخلاف محلول هیدروکلریک اسید HCl(aq) اسید آرنیوس به شمار نمی‌رود.
پ) در محلول آبی آمونیاک، مولکول‌های NH_3 و یون‌های NH_4^+ و OH^- وجود دارد.
ت) رنگ‌های پوششی برخلاف مخلوط خاک‌شیر در آب نور را پخش می‌کند.

- ۱ الف - پ
- ۲ ب - ت
- ۳ الف - ت
- ۴ ب - پ

آزمون‌های آزمایشی - دوازدهم - سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴

۱۷ برای افزایش قدرت پاک‌کنندگی صابون، استفاده از کدام ماده مناسب‌تر است؟

- ۱ مواد شیمیایی کلردار
- ۲ نمک‌های فسفات
- ۳ ترکیب‌های گوگرددار
- ۴ کلسیم کلرید

آزمون‌های آزمایشی - دوازدهم - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱۸ کدام عبارت، درست است؟

- ۱ واکنش سدیم هیدروکسید و پودر آلومینیوم با آب، گرماده بوده و همراه با تولید گاز اکسیژن است.
۲ اسیدها موادی ترش مزه هستند که با فلزها واکنش می‌دهند و در تماس با پوست احساس لیزی ایجاد می‌کنند.
۳ سوانت آرنیوس که روی رسانایی الکتریکی محلول‌های آبی کار می‌کرد، نخستین کسی بود که اسیدها و بازها را بر مبنای علمی توصیف کرد.
۴ برای کاهش میزان اسیدی بودن خاک به آن آهک می‌افزایند و ورود فاضلاب‌های صنعتی به رودخانه‌ها سبب کاهش pH می‌شود.

آزمون‌های آزمایشی - دوازدهم - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱۹ کدام عبارت درست است؟

- ۱ درجه یونش و ثابت یونش در اسیدها با افزایش مقدار حلال کاهش می‌یابد.
۲ کلوئیدها نور را پخش می‌کنند، پایدار هستند و از ذرات ریزماده به وجود آمده‌اند.
۳ محلول سدیم هیدروکسید با چربی‌ها یک شوینده غیرخورنده ایجاد می‌کند.
۴ در بازها برخلاف اسیدها هر چه K_b بیشتر باشد باز ضعیف‌تر است.

آزمون‌های آزمایشی - دوازدهم - سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

۲۰ کدام مخلوط، دارای ویژگی‌های ناهمگن بودن و پخش نور و شامل ذره‌های ریزماده است؟

- ۱ شربت معده
- ۲ محلول آب و قند
- ۳ سس مایونز
- ۴ مه

آزمون‌های آزمایشی - دوازدهم - سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۴۰۱

۲۱ کدام ماده علاوه بر کاربرد به عنوان ضد اسید، به مواد شوینده، برای افزایش قدرت پاک‌کنندگی چربی‌ها نیز اضافه می‌شود؟

- ۱ $\text{Mg}(\text{OH})_2$
- ۲ $\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3$
- ۳ KOH
- ۴ NaHCO_3



آزمون‌های آزمایشی - دوازدهم - سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۴۰۱

۲۲ در اثر رقیق کردن یک محلول اسیدی و بدون تغییر دما، ثابت یونش اسیدی و pH به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کنند؟

- ۱ افزایش - کاهش ۲ ثابت - افزایش ۳ کاهش - ثابت ۴ ثابت - کاهش

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۹۹-۰۰

۲۳ کدام یک از مواد، جزو پاک‌کننده‌های خورنده نیست؟

- ۱ جوهر نمک ۲ سدیم هیدروکسید ۳ سدیم نیترات ۴ سفیدکننده

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۹۹-۰۰

۲۴ افزودن کدام ماده به آب، باعث کاهش pH آب می‌شود؟

- ۱ Na_2O ۲ NaCl ۳ NH_3 ۴ CO_2

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۹۹-۰۰

۲۵ صابون، نمک سدیم اسیدهای است که زنجیر هیدروکربنی آن و آب است و در حلال‌های حل می‌شود.

- ۱ آلی-ناقطبی-دوست-ناقطبی ۲ آلی-قطبی-گریز-قطبی
 ۳ چرب-قطبی-دوست-قطبی ۴ چرب-ناقطبی-گریز-ناقطبی

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲۶ اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x^2 - 18x + 16}{2 - \sqrt{3x + 2}} = A$ و $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - 3 \cos x + 2}{1 - \sqrt{\cos x}} = B$ باشد، حاصل $B - A$ کدام است؟

- ۱ -۶ ۲ -۱۰ ۳ ۱۰ ۴ ۶

آزمون های آزمایشی-یازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴

۲۷ اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a + \sqrt{bx + c}}{x} = \frac{1}{4}$ باشد، مقدار $\frac{ab}{c}$ کدام است؟

- ۱ ۱ ۲ -۱ ۳ $\frac{1}{2}$ ۴ $-\frac{1}{2}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲۸ با فرض $A = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\operatorname{tg} x - \operatorname{Cotg} x}$ و $B = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3 + \sqrt{x}} - 2}{x^3 - 1}$ حاصل $B^{-1} \cdot A^{-2}$ کدام است؟

- ۱ ۱۶۴ ۲ ۱۲۸ ۳ ۱۳۲ ۴ ۱۵۰

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

۲۹ وضعیت پیوستگی تابع $f(x) = ([x] - x) \operatorname{Sin} \left(\frac{\pi [x]}{2} \right)$ در $x = 2$ و $x = 3$ به ترتیب چگونه است؟ [] علامت جزء صحیح است.

- ۱ پیوسته - ناپیوسته ۲ پیوسته - پیوسته ۳ ناپیوسته - ناپیوسته ۴ ناپیوسته - پیوسته

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲



۳۰ مقدار غیرصفر حد $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{b\sqrt{2-\sqrt{x}}-b}{ax+b}$ کدام است؟

$\frac{1}{6}$ (۴)

$-\frac{1}{6}$ (۳)

$-\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۳۱ حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + \sqrt{x} - 7}{x + \sqrt{x} - 3}$ کدام است؟

$3/5$ (۴)

۳ (۳)

$2/5$ (۲)

۲ (۱)

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

۳۲ اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{4x^2 - 5x + 1} = -1$ باشد، مقدار $a - b$ کدام است؟

-۹ (۴)

-۵ (۳)

-۴ (۲)

-۱ (۱)

آزمون های آزمایشی-یازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

۳۳ تابع $f(x) = (x^2 - 12x^2 + 36)[x]$ در چند نقطه از بازه $(-5, 5)$ حد ندارد؟ ([] علامت جزء صحیح است.)

۸ (۴)

۷ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

آزمون های آزمایشی-یازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

۳۴ حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^4 x - 2 \sin^2 x}{x^2}$ کدام است؟

۴ (۴)

-۸ (۳)

-۴ (۲)

۸ (۱)

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

۳۵ اگر $g(x) = \begin{cases} \frac{a}{x^2+1} & ; x < 1 \\ \frac{x-2}{a} & ; x \geq 1 \end{cases}$ و تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - x + a & ; x \neq 2 \\ 6 - g(x-1) & ; x = 2 \end{cases}$ در $x = 2$ پیوسته باشد، حاصل ضرب مقادیر a کدام است؟

-۴ (۴)

-۲ (۳)

۱ (۲)

-۱ (۱)

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۹۹-۰۰

۳۶ تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos^2 x} & ; x \neq 0 \\ m + 5^x & ; x = 0 \end{cases}$ روی مجموعه‌ی اعداد حقیقی پیوسته است. مقدار m کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۹۹-۰۰

۳۷ حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2-2\cos x}}{4\sin x}$ کدام است؟

$-\frac{1}{4}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$-\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۹۹-۰۰



۳۸ حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sin^2 \pi x}{[x] + \cos \pi x}$ ، کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) π (۳) 2π (۴)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۳۹ اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{ax+b} - 2}{x^2 - 1} = \frac{3}{2}$ باشد، کدام است؟

- ۱ (۱) -۶ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۴۰ به ازای کدام مقدار a تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2 x - \sin x}{x^2} ; x \neq 0 \\ a ; x = 0 \end{cases}$ در نقطه $x = 0$ پیوسته است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) -۱ (۳) هیچ مقدار a (۴)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۴۱ اگر $f(x) = \frac{x-1}{|x-1|}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) صفر (۴)

آزمون های آزمایشی - یازدهم - سال تحصیلی ۱۴۰۱ - ۱۴۰۰

۴۲ تابع $f(x) = (3x^2 - 7x - 6)[x]$ از نظر پیوستگی در $x = 3$ چگونه است؟

- ۱ (۱) از چپ و راست ناپیوسته
۲ (۲) از راست پیوسته
۳ (۳) از چپ پیوسته
۴ (۴) پیوسته

آزمون های آزمایشی - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۹ - ۰۰

۴۳ حاصل $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + ax + a}{x^2 - 9}$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{5}{8}$ ۲ (۲) $\frac{6}{11}$ ۳ (۳) $\frac{5}{9}$ ۴ (۴) $\frac{4}{11}$

آزمون های آزمایشی - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۹ - ۰۰

۴۴ حاصل $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{[x] + 2}{x^2 + 3x + 2}$ کدام است؟

- ۱ (۱) -۱ ۲ (۲) -۲ ۳ (۳) $-\infty$ ۴ (۴) صفر

آزمون های آزمایشی - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۹ - ۰۰

۴۵ حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3 - \sqrt{2x+5}}{2-x}$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{1}{2}$ ۲ (۲) $\frac{1}{3}$ ۳ (۳) $\frac{2}{3}$ ۴ (۴) $\frac{3}{4}$

آزمون های آزمایشی - دوازدهم - سال تحصیلی ۹۹ - ۰۰



۴۶ حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{x \sin x}$ کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۴۷ در تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} x^2 + a & \text{و } x < -2 \\ 3x + 4 & \text{و } x > -2 \end{cases}$ مقدار حد چپ در نقطه‌ی $x = -2$ ، عکس مقدار حد راست در این نقطه است. a کدام است؟

$-\frac{4}{5}$ (۴)

-4 (۳)

$\frac{3}{5}$ (۲)

۳ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۴۸ حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x + \sqrt{3-x}}{x^2 + x}$ کدام است؟

$\frac{5}{4}$ (۴)

$\frac{3}{4}$ (۳)

$-\frac{1}{4}$ (۲)

$-\frac{7}{4}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۴۹ اگر تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2 x}{x^2 + x} & ; x \neq 0 \\ a & ; x = 0 \end{cases}$ همواره پیوسته باشد، a کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

۰ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۵۰ حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{x}}{2 - \sqrt{5-x}}$ کدام است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

-2 (۲)

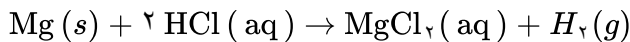
-4 (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی



پاسخنامه تشریحی

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱



$$\text{pH} = -\text{Log}(0.02) = 0.7$$

$$\text{pH ثانویه} = 2 \times 0.7 = 1.4$$

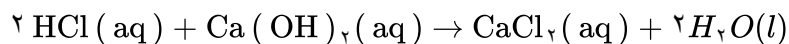
$$[\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-1.4} = 4 \times 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1}$$

$$\Delta[\text{H}^+] = 0.02 - 0.04 = 0.02 \text{ mol. L}^{-1}$$

$$0.02 \text{ L HCl} \times \frac{0.02 \text{ mol HCl}}{1 \text{ L HCl}} \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{2 \text{ mol HCl}} \times \frac{22.4 \text{ L H}_2}{1 \text{ mol H}_2} = 0.04 \text{ L} = 40 \text{ mL}$$

با توجه به نمودار این حجم گاز ده دقیقه بعد از شروع واکنش ایجاد می‌شود.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲



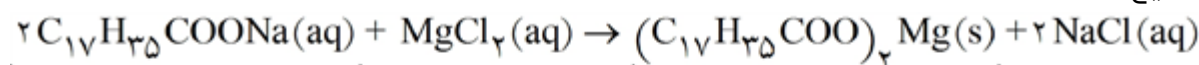
$$\text{pH} = 1.7 \rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-1.7} = 10^{-(2-0.3)} = 10^{-2} \times 10^{0.3} = 2 \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$[\text{HCl}] = [\text{H}^+]$$

$$\frac{2 \times 10^{-2} \times 300}{2} = \frac{0.04 \times V}{1} \rightarrow V = 75 \text{ mL}$$

$\begin{matrix} \uparrow & & \uparrow \\ \text{HCl} & & \text{Ca(OH)}_2 \end{matrix}$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳



$$\frac{0.04}{2} = \frac{x}{1 \times 590} \Rightarrow x = \frac{0.04 \times 590}{2} = 118 \text{ g رسوب}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴

مطلب الف الزاماً درست نیست؛ زیرا باید شمار اتم‌های کربن در زنجیر R آن زیاد باشد تا خاصیت پاک‌کنندگی داشته باشد.

مطلب ب درست است؛ زیرا سدیم هیدروکسید (NaOH) و جوهر نمک (HCl) پاک‌کننده خورنده هستند و با آلاینده‌ها واکنش می‌دهند.

مطلب ج نادرست است؛ زیرا ترکیب ۳ یک اسید (جوهرنمک) و ترکیب ۴ هم یک اسید چرب است که با هم واکنش نمی‌دهند.

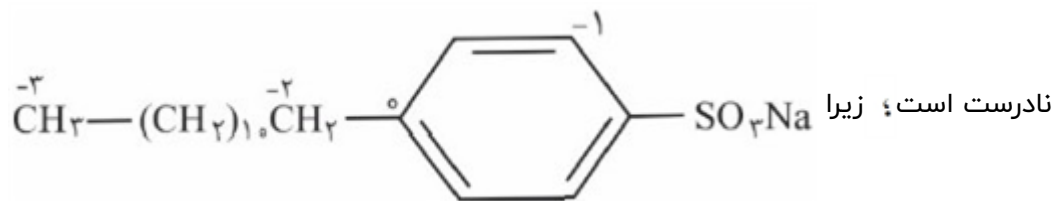
مطلب د درست است؛ زیرا اسید معده هیدروکلریک اسید (HCl) است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۵

زیرا آمونیاک باز ضعیف است و تعداد اندکی از مولکول‌های آن به صورت NH_4^+ درمی‌آیند.

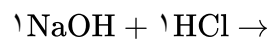


گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶



نادرست است؛ زیرا جزء شوینده‌های غیرصابونی است.
درست است. غیرصابونی‌ها در آب‌های سخت خوب کف می‌کنند.
درست است. تشکیل مخلوط کلوئیدی را می‌دهد که پایدار هستند.
درست است. زیرا هگزان ناقطبی است و در هم حل می‌شوند.
نادرست است؛ زیرا غیرصابونی‌ها از مواد پتروشیمی به دست می‌آیند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۷



$$M_1 V_1 n_1 = M_2 V_2 n_2 \Rightarrow 0.02 \times 200 \times 1 = (200 + 600) \times 1 \times n_2$$

غلظت محلول جدید سود 5×10^{-2}

$$M_1 V_1 n_1 = M_2 V_2 n_2 \rightarrow 20 \times 5 \times 10^{-2} \times 1 = 10 \times 1 \times M_{\text{HCl}} \rightarrow M_{\text{HCl}} = 0.01$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چربی مخلوطی از اسیدهای چرب و استرهای بلندزنجیر است و مولکول‌های صابون در آب به صورت سوسپانسیون نیستند. ۸

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. زیرا، HCl، HBr و ... خاصیت اسیدی دارند. ۹

$$K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. زیرا، داریم: ۱۰

$$1/6 \times 10^{-4} = \frac{x^2}{0.1} \rightarrow x = \sqrt{16 \times 10^{-6}} = 4 \times 10^{-2}$$

$$\alpha\% = \frac{[H^+]}{[HA]} \times 100 = \frac{4 \times 10^{-2}}{0.1} \times 100 = 40\%$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. زیرا با کاهش تعداد کربن‌ها در پاک‌کننده‌ها، خاصیت پاک‌کنندگی کاهش می‌یابد. ۱۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. زیرا، داریم: ۱۲

$$\alpha\% = \frac{[\text{OH}^-]}{[\text{BOH}]} \times 100 \Rightarrow 4 = \frac{[\text{OH}^-]}{0.002} \times 100 \Rightarrow [\text{OH}^-] = 8 \times 10^{-5}$$

$$[H^+][\text{OH}^-] = 10^{-14} \Rightarrow [H^+][8 \times 10^{-5}] = 10^{-14} \Rightarrow [H^+] = 1/25 \times 10^{-10}$$

$$\frac{8 \times 10^{-5}}{1/25 \times 10^{-10}} = 6/4 \times 10^5 \text{ برابر است با } \frac{[\text{OH}^-]}{[H^+]}$$

در نتیجه نسبت

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. زیرا، برخی از ترکیب‌های یونی نظیر AgCl نیز در حلال‌های قطبی نامحلول هستند. ۱۳



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۴

$$\text{pH} = 9 \Rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-5}$$

$$\% \alpha = \frac{[\text{OH}^-]}{[\text{BOH}]} \times 100 = \frac{10^{-5}}{0.1} \times 100 = 0.1\%$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۵

$$\text{pH} = 9 \rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-9} \text{ M}$$

$$\text{pH} = 9 \rightarrow \text{pOH} = 14 - 9 = 5 \rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-\text{pOH}} = 10^{-5} \text{ M}$$

$$\frac{[\text{OH}^-]}{[\text{H}^+]} = \frac{10^{-5}}{10^{-9}} = 10^4 \text{ برابر}$$

فنول فتالیین ارغوانی می شود \rightarrow محلول قلیایی است $\rightarrow [\text{OH}^-] > [\text{H}^+]$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بررسی عبارت‌ها: ۱۶

عبارت‌های الف و ب درست هستند.

عبارت ب نادرست است. زیرا گاز هیدروژن کلرید اسید آرنیوس محسوب می‌شود و با حل شدن در آب یون‌های Cl^- , H^+ تولید می‌کند.

عبارت ت نادرست است. زیرا کلوئیدها و سوسپانسیون‌ها نور را پخش می‌کنند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نمک‌های فسفات با رسوب دادن یون‌های Ca^{2+} و Mg^{2+} آب سخت، قدرت پاک‌کنندگی ۱۷

صابون را افزایش می‌دهند.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها: ۱۸

۱) نادرست است؛ زیرا واکنش Al با NaOH همراه با آب، تولید گاز هیدروژن (H_2) می‌کند.

۲) نادرست است؛ زیرا بازها در تماس با پوست احساس لیزی ایجاد می‌کنند.

۳) درست است.

۴) نادرست است؛ زیرا ورود فاضلاب‌های صنعتی می‌تواند سبب کاهش یا افزایش pH آب‌ها شود.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۹

۱) نادرست است؛ K_a با تغییرات غلظت تغییر نمی‌کند و ثابت است. K_a تابع دما است. و درجه یونش نیز افزایش می‌یابد.

۲) نادرست است؛ کلوئیدها نور را پخش می‌کنند، پایدار هستند و از توده‌های مولکولی به وجود آمده‌اند.

۳) درست است؛ تولید صابون می‌کنند که یک شوینده غیرخورنده است.

۴) نادرست است؛ هر چه K_b بزرگتر باشد، باز قوی‌تری خواهد بود.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. زیرا، سوسپانسیون است. ۲۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. زیرا، جوش شیرین دارای هر دو کاربرد است. ۲۱



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. زیرا، ثابت یونش اسیدی فقط به دما بستگی داشته و بدون تغییر می‌ماند و در اثر رقیق کردن نیز غلظت یون هیدرونیوم کاهش و در نتیجه pH افزایش می‌یابد. ۲۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. زیرا، سدیم نیترات جزو پاک‌کننده‌های خورنده نمی‌باشد. ۲۳

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. زیرا، CO_2 با حل شدن در آب، اسید ضعیف تولید می‌کند. ۲۴

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۵

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با استفاده از اتحاد چاق و لاغر برای رفع ابهام $\frac{0}{0}$ در بخش اول: ۲۶

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x^2 - 18x + 16}{2 - \sqrt{3x+2}} &= \frac{0}{0} \Rightarrow \times \frac{4 + 2\sqrt{3x+2} + \sqrt{(3x+2)^2}}{4 + 2\sqrt{3x+2} + \sqrt{(3x+2)^2}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(5x-8)(x-2)(4 + 2\sqrt{3x+2} + \sqrt{(3x+2)^2})}{8 - (3x+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(5x-8) \cancel{(x-2)} (4+4+4)}{-3 \cancel{(x-2)}} \\ &= \frac{2 \times 12}{-3} = -8 = A \end{aligned}$$

در بخش دوم سؤال از تجربه و ضرب اتحاد مزدوج استفاده می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - 3 \cos x + 2}{1 - \sqrt{\cos x}} &= \frac{0}{0} \times \frac{1 + \sqrt{\cos x}}{1 + \sqrt{\cos x}} \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos x - 2)(\cos x - 1)(1 + \sqrt{\cos x})}{1 - \cos x} &\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos x - 2) \cancel{(\cos x - 1)} (1 + 1)}{-\cancel{(\cos x - 1)}} \\ &= \frac{(-1)(2)}{(-1)} = 2 = B \end{aligned}$$

مقدار عبارت خواسته شده $= B - A = 2 - (-8) = 10$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. $x = 0$ ریشه مخرج است اما حد جواب دارد پس $x = 0$ ریشه صورت هم هست ۲۷

$$\begin{aligned} a + \sqrt{c} = 0 &\Rightarrow a = -\sqrt{c} \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a + \sqrt{bx+c}}{x} = \frac{1}{4} &\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{bx+c} - \sqrt{c}}{x} = \frac{1}{4} \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cancel{bx} + \cancel{c} - \cancel{c}}{\cancel{x}(\sqrt{bx+c} + \sqrt{c})} = \frac{1}{4} &\Rightarrow \frac{b}{2\sqrt{c}} = \frac{1}{4} \Rightarrow b = \frac{\sqrt{c}}{2} \\ \frac{ab}{c} = \frac{-\sqrt{c} \times \frac{\sqrt{c}}{2}}{c} &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 A &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\sin x - \cos x)(\sin^2 x + \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x)}{\frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\cos x}{\sin x}} \\
 &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\sin x - \cos x)(1 + \sin x \cdot \cos x)}{\frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin x \cdot \cos x}} \\
 &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\sin x - \cos x)(1 + \sin x \cdot \cos x)(\sin x \cdot \cos x)}{(\sin x - \cos x)(\sin x + \cos x)} \\
 &= \frac{\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}\right)}{\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\frac{3}{2} \times \frac{1}{2}}{\sqrt{2}} = \frac{3}{4\sqrt{2}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3 + \sqrt{x}} - 2}{x^2 - 1} \times \frac{\sqrt{3 + \sqrt{x}} + 2}{\sqrt{3 + \sqrt{x}} + 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{(x^2 - 1) \times 4} \times \frac{\sqrt{x^2} + \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x^2} + \sqrt{x} + 1} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{(x - 1)(x^2 + x + 1) \times 4 \times 3} = \frac{1}{36} \\
 B^{-1} \times A^{-2} &= 36 \times \frac{32}{9} = 128
 \end{aligned}$$

$$\begin{cases}
 \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 0 \times 0 = 0 \\
 \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = (-1) \times 1 = -1 \Rightarrow \text{در } x = 2 \text{ ناپیوسته است (فقط پیوستگی راست دارد)} \\
 f(2) = 0 \times 0 = 0 \\
 \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 0 \times (-1) = 0 \\
 \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = (-1) \times 0 = 0 \Rightarrow \text{در } x = 3 \text{ پیوسته است.} \\
 f(3) = 0 \times (-1) = 0
 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 a + b = 0 &\Rightarrow a = -b \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{b(\sqrt{2 - \sqrt{x}} - 1)}{-bx + b} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2 - \sqrt{x}} - 1}{1 - x} \xrightarrow{\sqrt{x}=t} \\
 \lim_{t \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2 - t} - 1}{1 - t^2} &= \lim_{t \rightarrow 1} \frac{1 - t}{(1 - t)(1 + t)(\sqrt{2 - t} + 1)} = \frac{1}{3 \times 2} = \frac{1}{6}
 \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 7)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 3)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} + 7}{\sqrt{x} + 3} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} = 2$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۲

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{4x^2 - 5x + 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{(4x - 1)(x - 1)} = -1$$

$$\begin{array}{r} \cancel{x^2} + ax + b \\ \underline{\pm \cancel{x} \pm x} \\ (a+1)x + b \\ \underline{\pm(a+1)x \pm a \pm 1} \\ a + b + 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} \boxed{x-1} \\ x + a + 1 \end{array}$$

$$\Rightarrow a + b + 1 = 0 \Rightarrow a + b = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+a+1)}{(4x-1)(x-1)} = -1 \Rightarrow \frac{a+1}{4-1} = -1 \Rightarrow a+1 = -3$$

$$a = -5 \Rightarrow b = 4 \Rightarrow -5 - 4 = -9$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تابع $[x]$ در نقاطی که x صحیح است، حد ندارد. ۳۳

در این تابع، عامل $(x^4 - 13x + 36)$ در ۴ نقطه ۳- و ۳ و ۲- و ۲ برابر صفر می‌شود و در نتیجه در این نقاط حد دارد:

$$x^4 - 13x + 36 = (x^2 - 9)(x^2 - 4) = (x-3)(x+3)(x-2)(x+2) = 0$$

نقاط دارای حد: $x = 3, x = -3, x = 2, x = -2$

بنابراین این تابع در بازه $(-5, 5)$ فقط در نقاط ۴- و ۱- و ۰ و ۱ و ۴ حد ندارد. (پنج نقطه)

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۴

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x - 2 \sin^2 x}{x^2} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 x (\cos^2 x - 1)}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 x (-2 \sin^2 x)}{x^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x)(-2 \sin^2 x)}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} (-8 \cos^2 x) \times \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^2 = -8 \times 1 = -8 \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۵

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 4 - 2 + a = 2 + a; x \rightarrow 2 \Rightarrow 2 + a = 6 + \frac{1}{a} \Rightarrow a - \frac{1}{a} = 4a^2 - 4a - 1 = 0 \\ f(2) = 6 - g(1) = 6 - \left(-\frac{1}{a}\right) = 6 + \frac{1}{a} \end{array} \right\} \Rightarrow a \text{ حاصل ضرب مقادیر } = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{0}{0} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{m \sin^2 x}{2 \sin^2 x} = 4$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳۶

$$f(0) = 4 \Rightarrow m + 1 = 4 \Rightarrow m = 3$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۷

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2 - 2 \cos x}}{4 \sin x} &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2 \times 2 \sin^2 \left(\frac{x}{2}\right)}}{4 \times 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2 \left| \sin \frac{x}{2} \right|}{8 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-2 \sin \frac{x}{2}}{8 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}} = \frac{-2}{8} = -\frac{1}{4} \end{aligned}$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳۸

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sin^2 \pi x}{[x] + \cos(\pi x)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1 - \cos^2(\pi x)}{1 + \cos(\pi x)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(1 - \cos \pi x)(1 + \cos \pi x)}{1 + \cos(\pi x)}$$

$$= 1 - \cos \pi = 1 - (-1) = 2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۹

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{a}{\sqrt{ax+b}}}{2x} = \frac{\frac{a}{\sqrt{a+b}}}{2} = \frac{a}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow a = 12 \Rightarrow b = -8$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۴۰

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - \sin x}{x^2} \xrightarrow{\text{Hop}} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cos^2 x - \cos x}{2x} = \frac{1}{2}$$

توجه: هدف از نشان دادن جواب حد به صورت بالا تنها نمایش این موضوع است که حد فوق وجود ندارد و این طرز نمایش علمی و صحیح نیست.

$$f(x) = \frac{x-1}{|x-1|} = \begin{cases} 1 & x \geq 1 \\ -1 & x < 1 \end{cases}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۴۱

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1, \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1 + (-1) = 0$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۴۲

عبارت $6 - 7x - 3x^2$ به ازای $x = 3$ صفر می‌شود، پس $f(x)$ در $x = 3$ پیوسته است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴۳

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 9) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} x^2 + ax + a = 0 \Rightarrow 9 + 4a = 0 \Rightarrow a = -\frac{9}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - \frac{9}{4}x - \frac{9}{4}}{x^2 - 9} = \frac{0}{0} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)(x+\frac{3}{4})}{(x-3)(x+3)} = \frac{\frac{15}{4}}{6} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۴۴

$$[(-1)^-] = -2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{[x] + 2}{x^2 + 3x + 2} = \frac{0}{0} = 0$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۴۵

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3 - \sqrt{2x+5}}{2-x} = \frac{3-3}{2-2} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3 - \sqrt{2x+5}}{2-x} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{9 - (2x+5)}{6 \times (2-x)} = \frac{2(2-x)}{6 \times (2-x)} = \frac{1}{3}$$



$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2} \times 2x^2}{x \cdot x} = 2$$

روش دوم: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 x}{x \sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} 2 \frac{\sin x}{x} = 2$

$$\left. \begin{aligned} \text{حد چپ} &= \lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} (x^2 + a) = (-2)^2 + a = 4 + a \\ \text{حد راست} &= \lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} (3x + 4) = 3(-2) + 4 = -2 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{حد راست}} \\ \xrightarrow{\text{حد چپ}} \end{array}$$

$$4 + a = \frac{1}{-2} \Rightarrow a = -4/5$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x + \sqrt{3-x}}{x^2 + x}$ دارای ابهام $\frac{0}{0}$ است. برای رفع ابهام از روش هویپیتال بهره

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x + \sqrt{3-x}}{x^2 + x} \stackrel{\text{HOP}}{=} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2 + \frac{-1}{2\sqrt{3-x}}}{2x + 1} = \frac{2 + \frac{-1}{2\sqrt{4}}}{2(-1) + 1} = \frac{2 - \frac{1}{4}}{-1} = \frac{\frac{7}{4}}{-1} = -\frac{7}{4}$$

می‌گیریم. داریم: $-\frac{7}{4}$

(توجه کنید که با ضرب صورت و مخرج کسر در $2x - \sqrt{3-x}$ نیز می‌توانستیم اقدام به رفع ابهام کنیم ولی روش طولانی‌تری بود.)

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. برای این‌که تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x}{x^2+x}; & x \neq 0 \\ a & ; x = 0 \end{cases}$ همواره پیوسته باشد، تنها کافی

است شرایط پیوستگی این تابع را در نقطه‌ی $x = 0$ برقرار کنیم. برای این منظور حد تابع را با مقدار آن در $x = 0$ برابر قرار می‌دهیم. داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x^2+x} \text{ (هم ارزی)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{x} = 2 \\ f(0) = a \end{array} \right. \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) \Rightarrow a = 2$$

دقت کنیم تابع f در بقیه‌ی نقاط قطعاً پیوسته می‌باشد.)



روش اول:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{x}}{2 - \sqrt{5-x}} \xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-\frac{1}{2\sqrt{x}}}{-\frac{1}{2\sqrt{5-x}}} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = -2$$

روش دوم: صورت و مخرج عبارت مبهم $\frac{0}{0}$ را یکبار در مزدوج صورت و بار دیگر در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم. داریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{x}}{2 - \sqrt{5-x}} &\times \frac{1 + \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} \times \frac{2 + \sqrt{5-x}}{2 + \sqrt{5-x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cancel{(1-x)}(2 + \sqrt{5-x})}{\underbrace{(4 - (5-x))}_{-(1-x)}(1 + \sqrt{x})} = \frac{2 + \sqrt{4}}{-(1 + \sqrt{1})} = \frac{4}{-2} = -2 \end{aligned}$$



پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴

۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴

