

نام و نام خانوادگی :

زمان آزمون :

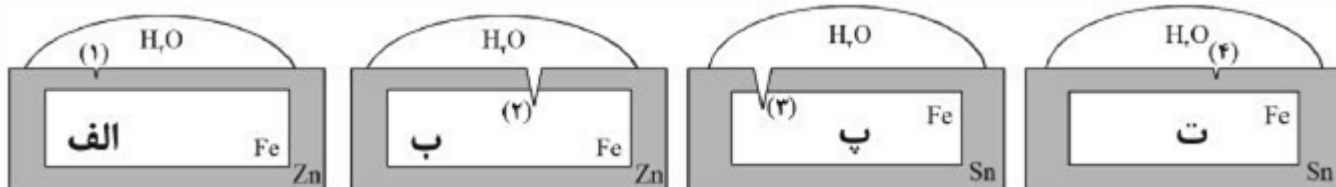
پایه تحصیلی :

تاریخ برگزاری ۱۴۰۵/۰۳/۰۴

نام دبیر :

عنوان آزمون : ۱۲ ریاضی - دوشنبه ۴ خرداد - تستی

در مورد شکل‌های زیر کدام موارد نادرست است؟



الف) نیم‌واکنش کاهش در هر چهار شکل یکسان است.
 ب) نیم‌واکنش‌هایی که در نواحی ۲ و ۳ رخ می‌دهد از هر نظر یکسان است.
 پ) در نواحی ۱ و ۴ به ترتیب روی و قلع اکسایش می‌یابند.
 ت) در الف برخلاف ت آند توسط کاتد پوشانده شده است.

۴ پ - ت

۳ ب - پ

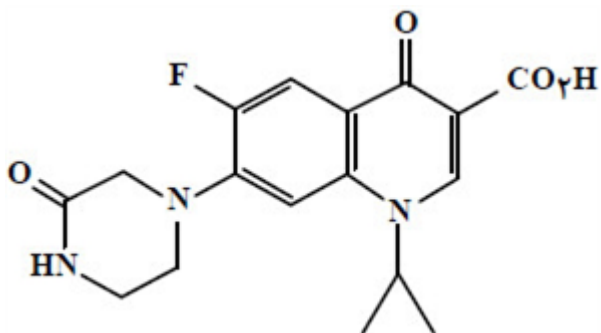
۲ ب - ت

۱ الف - ب

آزمون‌های آزمایشی - دوازدهم - سال تحصیلی ۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

با توجه به ساختار داده شده، چند مورد از موارد زیر، نادرست است؟ ($H = 1, C = 12 : g. mol^{-1}$)

- شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی روی اتم‌ها، با شمار پیوندهای $C - H$ برابر است.
- جرم کربن در آن، ۱۲ برابر جرم هیدروژن است و می‌تواند در واکنش تشکیل پلی‌آمید و پلی‌استر شرکت کند.
- شمار اتم‌های کربنی که به اتمی اکسندتر از خود متصلند، برابر با شمار پیوندهای $C - H$ در مولکول نفتالن است.
- شمار اتم‌های کربن که دست‌کم به یک اتم هیدروژن متصلند، ۴ برابر شمار پیوندهای $C - N$ در مولکول یک آمین راست‌زنجیر دوعاملی است.



۴ ۴

۳ ۳

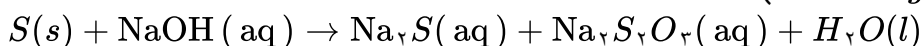
۲ ۲

۱ ۱

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

با توجه به واکنش زیر، چند گرم گوگرد با ۳۰۰ میلی‌لیتر محلول سدیم هیدروکسید ۰/۱ مولار، واکنش کامل می‌دهد؟

(معادله واکنش موازنه شود، $S = 32 : g. mol^{-1}$)



۴ ۱/۵۰

۳ ۰/۱۵

۲ ۰/۳۲

۱ ۰/۶۴

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۴

نسبت استوکیومتری اکسنده به کاهنده در معادله واکنش زیر پس از موازنه، کدام است؟
($H_2O_2 + KMnO_4 + H_2SO_4 \rightarrow MnSO_4 + K_2SO_4 + O_2 + H_2O$)

- $\frac{1}{3}$ ۴
- $\frac{3}{4}$ ۳
- $\frac{1}{5}$ ۲
- $\frac{2}{5}$ ۱

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

۵

چه تعداد از مطالب زیر درباره سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن، نادرست است؟

- یون های H^+ تولید شده در کاتد، از طریق غشای مبادله کننده یون هیدرونیوم، به سمت الکترود آنود حرکت می کنند.
- رایج ترین سلول سوختی است که جزو سلول های گالوانی دسته بندی می شود.
- در آن علاوه بر تولید انرژی الکتریکی، آب نیز تولید می شود.
- مقدار emf آن برابر با پتانسیل کاهش مربوط به کاتد است.
- الکترود کاتد برخلاف الکترود آنود، دارای کاتالیزگر است.

- ۳ ۴
- ۲ ۳
- ۴ ۲
- ۱ ۱

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۴۰۱

۶

چه تعداد از موارد زیر درباره سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن، درست هستند؟

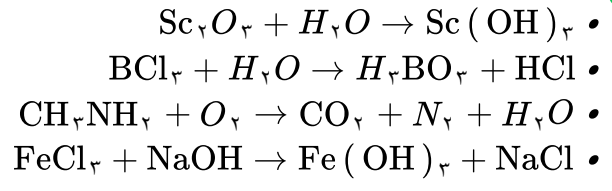
- نوعی سلول گالوانی است.
- رایج ترین سلول سوختی است که دارای سه جزء اصلی است.
- بازده آن بیش تر از سوزاندن گاز هیدروژن در موتور درون سوز است.
- همزمان با اکسایش هیدروژن در آنود، گاز اکسیژن در کاتد کاهش می یابد.
- در آن، آنود و کاتد دارای کاتالیزگرهایی هستند که به نیم واکنش های اکسایش و کاهش سرعت می بخشند.

- ۲ ۴
- ۳ ۳
- ۴ ۲
- ۵ ۱

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۴۰۱

۷

چه تعداد از واکنش های زیر، جزو واکنش های اکسایش - کاهش هستند؟ (واکنش ها موازنه نشده اند.)



- ۴ ۴
- ۳ ۳
- ۲ ۲
- ۱ ۱

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۹۹-۰۰

۸

کدام عبارت، نادرست است؟

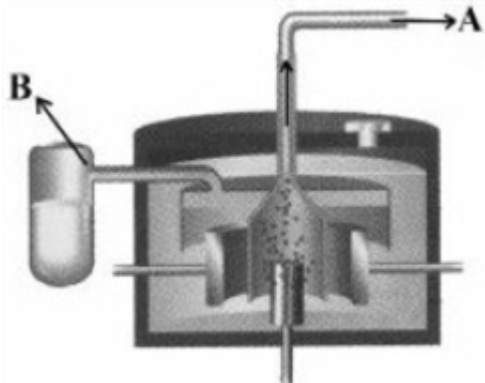
- ۱ در اثر ایجاد خراش در سطح آهن سفید، در مجاورت اکسیژن و رطوبت، فلز روی اکسایش یافته و خورده می شود.
- ۲ در فرایند هال که روشی برای تولید آلومینیم از Al_2O_3 است، جنس آنود و کاتد از گرافیت است.
- ۳ پوشاندن یک جسم با لایه ای نازک از یک فلز به کمک یک سلول الکترولیتی، آبکاری نامیده می شود. در این فرایند، جسمی که آبکاری می شود به قطب منفی باتری اتصال دارد.
- ۴ خوردگی آهن در محیط بازی به میزان بیش تری نسبت به محیط اسیدی رخ می دهد.

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۹۹-۰۰



۹

- با توجه به شکل روبه‌رو، چند مورد از مطالب زیر درست است؟
- بهره‌گیری از سلول دانه، کم‌هزینه‌ترین روش برای تهیه‌ی گاز کلر است.
- به ازای تولید هر مول فلز سدیم، ۵ / ۰ مول گاز کلر در آن تولید می‌شود.
- گاز کلر از دهانه‌ی A و سدیم مایع از دهانه‌ی B سلول برقکافت خارج می‌شود.
- افزایش مقداری CaCO_3 ، سبب کاهش دمای ذوب و در نتیجه، افزایش صرفه‌ی اقتصادی می‌شود.



۴ ۴

۳ ۳

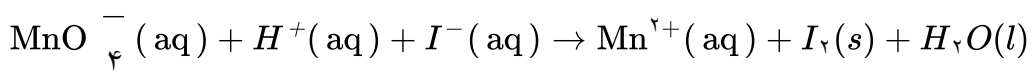
۲ ۲

۱ ۱

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۰

با توجه به معادله‌ی واکنش زیر (پس از موازنه)، کدام عبارت درست است؟



- ۱ در این واکنش، یون‌های ید اکسندۀ بوده و کاهش می‌یابند.
- ۲ به‌ازای مصرف هر یون پرمنگنات، پنج الکترون مبادله می‌شود.
- ۳ به‌ازای مصرف هر مول یون پرمنگنات، پنج مول $\text{I}_2 (\text{s})$ تولید می‌شود.
- ۴ در سلول الکتروشیمیایی تشکیل شده برای این واکنش، کاتیون‌های پل نمکی به‌سوی آند حرکت می‌کنند.

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۱

با توجه به ساختارهای داده شده کدام گزینه درست است؟

ماده	A	B
ساختار		

- ۱ ترکیب A، با توجه به دارا بودن ساختار حلقوی به هر نسبتی می‌تواند در آب حل شود.
- ۲ ترکیب B دارای گروه‌های عاملی هیدروکسیل و کربوکسیل می‌باشد.
- ۳ فرمول مولکولی ترکیب A، $\text{C}_9\text{H}_{18}\text{O}$ است.
- ۴ مجموع اعداد اکسایش اتم‌های کربن در ترکیب B برابر با -۱ است.

آزمون های آزمایشی - دوازدهم - سال تحصیلی ۱۴۰۳ - ۱۴۰۲



۱۲ در میان فلزها، چگالی و E° را دارد.

- ۱ منیزیم - بیشترین - کمترین
۲ منیزیم - بیشترین - بیشترین
۳ لیتیم - کمترین - کمترین
۴ لیتیم - کمترین - بیشترین

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱_۱۴۰۰

۱۳ همه مطالب زیر درست هستند، به جز:

- ۱ باتری یکی از فرآورده‌های مهم صنعتی است که در محل مورد نیاز با انجام واکنش‌های شیمیایی، الکتریسیته تولید می‌کند.
۲ الکتروشیمی افزون بر تهیه مواد جدید به کمک انرژی شیمیایی، می‌تواند در راستای پیاده کردن اصول شیمی سبز گام بردارد.
۳ الکتروشیمی شاخه‌ای از دانش شیمی است که در بهبود خواص مواد و تأمین انرژی نقش بسزایی دارد.
۴ اکسیژن نافلزی فعال است که با اغلب فلزها واکنش می‌دهد و آن‌ها را به اکسید فلز تبدیل می‌کند.

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱_۱۴۰۰

۱۴ در میان فلزها، کمترین E° را در سری الکتروشیمیایی دارد.

- ۱ منیزیم
۲ سزیم
۳ لیتیم
۴ پتاسیم

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱_۱۴۰۰

۱۵ گونه‌ی کاهنده در واکنش موازنه نشده $Au + NO_3^- + H^+ + Cl^- \rightarrow AuCl_4^- + NO_2 + H_2O$ واحد یافته است.

- ۱ یک - کاهش
۲ سه - کاهش
۳ یک - اکسایش
۴ سه - اکسایش

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱_۱۴۰۰

۱۶ کدام عبارت درباره آلومینیم، نادرست است؟

- ۱ برقکافت نمک‌های مذاب آن به دست می‌آید.
۲ با اینکه اکسایش می‌یابد، اما خورده نمی‌شود.
۳ فلزی فعال است که به سرعت در هوا کاهش می‌یابد.
۴ فرایندها، رایج‌ترین روش تولید آن است.

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۳۹۹_۲۰۰۰

۱۷ همه مطالب زیر درست‌اند، به جز:

- ۱ الکتروشیمی، شاخه‌ای از دانش شیمی است که در بهبود خواص مواد و تأمین انرژی نقش به‌سزایی دارد.
۲ چراغ خورشیدی یک ابزار روشنایی است که از لامپ LED، به LED بچسبد و از سلول فاصله بگیرد.
۳ باتری، مولدی است که درون آن واکنش‌های الکتریکی و شیمیایی رخ می‌دهد.
۴ با یک تیغه مسی و تیغه‌ای دیگر مانند روی و با میوه‌ای مانند لیمو می‌توان نوعی باتری ساخت و با آن یک لامپ را روشن کرد.

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۳۹۹_۲۰۰۰

۱۸ عمل کاهش به وسیله یک انجام می‌شود که خود آن طی این فرایند، می‌یابد.

- ۱ کاهنده، اکسایش
۲ اکسنده، اکسایش
۳ کاهنده، کاهش
۴ اکسنده، کاهش

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۳۹۹_۲۰۰۰



۱۹ کدام مورد درباره فرایند هال، درست است؟

- ۱ همانند آبرکاری از محلول نمک فلز در آب استفاده می‌شود.
- ۲ الکترودها وارد واکنش نمی‌شوند.
- ۳ آلومینیم مذاب در سطح کوره جمع می‌شود.
- ۴ جنس آند و کاتد یکسان است.

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۹۹-۰۰

۲۰ چند مورد زیر، برای مقایسه واکنش‌پذیری فلزهای طلا، سدیم و منگنز با یکدیگر، قابل استفاده است؟

- رسانایی الکتریکی
- جدول پتانسیل الکتریکی
- سرعت واکنش با محلول اسیدی با غلظت مشخص
- سرعت زنگ زدن (اکسید شدن) در محیط یکسان

- ۱ ۱
- ۲ ۲
- ۳ ۳
- ۴ ۴

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۱ از کانون سهمی $y^2 - 4x - 6y + 1 = 0$ خطی موازی خط هادی سهمی رسم می‌کنیم تا سهمی را در A و B قطع کند. از A و B بر خط هادی سهمی عمود می‌کنیم و پای عمود را A' و B' می‌نامیم. دایره‌ای از نقاط A, B, A' و B' می‌گذرد، مساحت دایره کدام است؟

- ۱ 3π
- ۲ 12π
- ۳ 5π
- ۴ 25π

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۲۲ اگر خط به معادله $x = -1$ خط هادی سهمی $2y^2 - 4y = ax$ باشد، فاصله‌ی نقطه‌ی $A(3, 4)$ از کانون سهمی کدام است؟

- ۱ $3\sqrt{2}$
- ۲ $2\sqrt{6}$
- ۳ ۵
- ۴ ۶

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲۳ از کانون سهمی $y^2 - 2y + 8x + 9 = 0$ خطی عمود بر محور تقارن آن رسم می‌کنیم تا سهمی را در نقاط M و N قطع کند. مساحت مثلثی با رئوس M و N و رأس سهمی، کدام است؟

- ۱ ۷
- ۲ ۸
- ۳ ۹
- ۴ ۱۰

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

۲۴ مختصات کانون‌های یک بیضی $F(5, 4)$ و $F'(-5, -4)$ و طول قطر کوچک آن ۴ است. اندازه وتر کانونی این بیضی چند برابر اندازه خروج از مرکز آن است؟

- ۱ $\frac{1}{3}$
- ۲ ۳
- ۳ $\frac{1}{2}$
- ۴ ۲

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

۲۵ در یک بیضی با قطر بزرگ ۱۲ سانتی‌متر و کانون‌های F و F' از یک نقطه دلخواه مانند M روی محیط آن، خط مماس d را رسم کرده‌ایم. از کانون F' خطی موازی MF رسم می‌کنیم تا خط مماس d را در نقطه N قطع کند؛ اندازه $MF + NF'$ کدام است؟

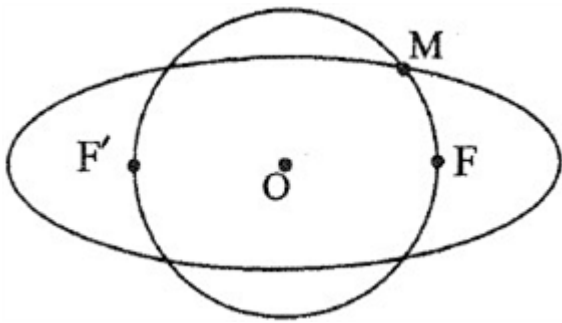
- ۱ ۱۲
- ۲ ۱۸
- ۳ ۲۴
- ۴ ۳۰

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲



۲۶

بیضی با اقطار ۶ و ۱۰ را در نظر بگیرید. دایره‌ای هم‌مرکز با بیضی از کانون‌های آن می‌گذرد و در نقطه M بیضی را قطع می‌کند. کمترین فاصله نقطه M تا قطر کانونی بیضی چقدر است؟



$\frac{9}{4}$ (۴)

$\frac{9}{8}$ (۳)

۹ (۲)

$\frac{9}{2}$ (۱)

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

۲۷

نقطه M روی محیط یک بیضی با کانون‌های F و F' قرار دارد. اگر محیط مثلث MFF' برابر ۳۲ و مجموع فواصل F از دو نقطه انتهایی قطر کوچک ۲۰ باشد، مقدار خروج از مرکز بیضی چقدر با اندازه قطر کوچک بیضی تفاوت دارد؟

$15/6$ (۴)

$14/6$ (۳)

$15/4$ (۲)

$14/4$ (۱)

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

۲۸

نقطه M روی بیضی به کانون‌های F و F' قرار دارد. اگر محیط مثلث MFF' برابر ۳۲ و مجموع فواصل F از دو نقطه انتهایی قطر کوچک ۲۰ باشد، خروج از مرکز بیضی کدام است؟

$0/8$ (۴)

$0/6$ (۳)

$0/5$ (۲)

$0/4$ (۱)

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۹۹-۰۰

۲۹

دایره‌ای در ناحیه اول دستگاه مختصات بر محورهای مختصات و خط $3x + 4y = 12$ مماس می‌باشد. طول شعاع دایره کدام است؟

۶ و ۱ (۴)

۵ و ۲ (۳)

۵ و ۱ (۲)

۶ و ۲ (۱)

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۹۹-۰۰

۳۰

نقطه A(۳, ۶) روی دایره‌ای است که بر هر دو محور مختصات مماس است. شعاع این دایره کدام است؟

۳ و ۱۵ (۴)

۳ و ۹ (۳)

۲ و ۱۵ (۲)

۲ و ۱۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۳۱

اگر نقاط $A(1, 3)$, $B(3, 1)$ و $C(5, 1)$ رأس‌های یک مثلث باشند، شعاع دایره محیطی این مثلث چقدر است؟

$\sqrt{13}$ (۴)

$\sqrt{12}$ (۳)

$\sqrt{11}$ (۲)

$\sqrt{10}$ (۱)

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴

۳۲

اگر نقطه $F(2, -1)$ کانون یک سهمی و $x = 4$ معادله خط هادی آن باشد، آنگاه معادله این سهمی کدام است؟

$y^2 - 2y - 4x + 13 = 0$ (۲)

$x^2 - 6x - 4y + 5 = 0$ (۱)

$y^2 + 2y + 4x - 11 = 0$ (۴)

$x^2 - 6x + 4y + 13 = 0$ (۳)

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳



۳۲ نقاط ثابت B و C به فاصله ۲۰ واحد از یکدیگر در صفحه مفروض‌اند. چند نقطه مانند A در این صفحه وجود دارد. به طوری که $AB = ۱۴$ و مساحت مثلث ABC برابر ۳۰ باشد؟

- ۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

۳۴ در سهمی با معادله $y^2 - 2y - 4x - 7 = 0$ ، فاصله کانون از خط هادی کدام است؟

- ۱) ۰/۵ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۱/۵

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

۳۵ نقاط متمایز M و N و P و Q در صفحه مفروض‌اند. مکان هندسی نقاطی در این صفحه که از M و N به یک فاصله و از P و Q به یک فاصله باشند، کدام گزینه نمی‌تواند باشد؟

- ۱) یک نقطه ۲) دو نقطه ۳) بی‌شمار نقطه ۴) هیچ نقطه

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

۳۶ مساحت دایره‌ای که خطوط $x + y = -2$ و $x - y = 6$ دو قطر آن بوده و خط $2x + 3y = 1$ بر آن مماس باشد، کدام است؟

- ۱) ۱۶π ۲) ۴۹π ۳) ۲۵π ۴) ۳۶π

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

۳۷ کدام عبارت زیر درست است؟

- ۱) مجموعه‌ی خطوط عمود بر یک خط در فضا، بی‌نهایت صفحه در فضا تشکیل می‌دهند.
 ۲) مجموعه‌ی نقاطی که از یک خط مفروض در فضا، متساوی‌فاصله‌اند، روی سطح یک کره قرار می‌گیرند.
 ۳) مجموعه‌ی نقاطی که مجموع فواصل آن‌ها از دو نقطه‌ی ثابت در فضا، به یک اندازه باشند، روی محیط یک بیضی قرار می‌گیرند.
 ۴) مجموعه‌ی خطوط گذرا از یک نقطه که با محور گذرا از آن نقطه، زاویه ی یکسان می‌سازند، روی سطح یک مخروط قرار می‌گیرند.

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۳۸ اگر صفحه‌ای شامل محور، هر دو تکه بالا و پایین سطح مخروطی را قطع کند، فصل مشترک صفحه و سطح مخروطی کدام است؟

- ۱) یک خط ۲) دو خط متقاطع ۳) هذلولی ۴) سهمی

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۹۹-۰۰

۳۹ وتری از سهمی به معادله‌ی $y = 4(x + y)$ که از کانون آن گذشته و بر محور آن عمود باشد، قطری از یک دایره است. معادله‌ی این دایره کدام است؟

- ۱) $x^2 + y^2 - 4y = 0$ ۲) $x^2 + y^2 + 4y = 0$
 ۳) $x^2 + y^2 - 2y = 2$ ۴) $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 2$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۴۰ سهمی به کانون $(1, 2)$ و خط هادی به معادله‌ی $x = -3$ محور x ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

- ۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $-\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $-\frac{1}{4}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی



۴۱ اگر $f(x) = mx^2 + (m - 2)x + 1$ بر دامنه $(-1, 2)$ یک به یک باشد، طول بازه مقادیر m کدام است؟

۱/۴ (۴)

۲/۶ (۳)

۲/۴ (۲)

۱/۶ (۱)

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴

۴۲ اگر تابع $f(x) = \frac{(a+2)x^2 + 3x + 2c - 1}{ax^2 + x + 4}$ برای هر x حقیقی به تابع ثابت $y = k$ تبدیل شود، حاصل

کدام است؟ $\frac{-2a}{-3a+2c}$

$\frac{-1}{10}$ (۴)

$\frac{-2}{10}$ (۳)

$\frac{2}{10}$ (۲)

$\frac{1}{10}$ (۱)

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۴۳ تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} -2x + 1, & x < 2 \\ -|x - m|, & x \geq 2 \end{cases}$ یک به یک است. حدود m کدام است؟

\emptyset (۴)

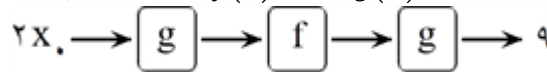
$1 \leq m < 2$ (۳)

$m \leq -1$ (۲)

$m > 2$ (۱)

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۴۴ با توجه به نمودار زیر اگر $g(x) = 2x - 1$ ، $f(2) = 5$ ، مقدار x ، کدام است؟ (a, b) و c اعدادی صحیح هستند.



۱ (۴)

$\frac{3}{4}$ (۳)

$\frac{2}{4}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۴۵ مساحت بین محور x ها و نمودار تابع ترکیبی جزء صحیح - قدر مطلق با ضابطه $f(x) = |x| [x] + x$ در بازه $(-3, 3)$ کدام است؟ ($[]$ نماد جزء صحیح است.)

$27/5$ (۴)

$26/5$ (۳)

۲۶ (۲)

۲۷ (۱)

آزمون های آزمایشی-یازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۴۶ اگر $f^{-1}(x) = \frac{x-1}{2x-1}$ ، $h^{-1}(x) = g(3x-5)$ ، حاصل $h(g(f(f(-2))))$ کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

۴۷ اگر $f(x) = \sqrt{2-x} - \frac{|x-2|}{x-2}$ باشد، ضابطه‌ی تابع وارون $f^{-1}(x)$ کدام است؟

$f^{-1}(x) = 1 - 2x - x^2$ (۲)

$f^{-1}(x) = 1 + 2x + x^2$ (۱)

$f^{-1}(x) = 1 - 2x + x^2$ (۴)

$f^{-1}(x) = 1 + 2x - x^2$ (۳)

آزمون های آزمایشی-یازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

۴۸ تابع با ضابطه‌ی $f(x) = 2x - |4 - 2x|$ در بازه‌های وارون‌پذیر است. ضابطه‌ی $f^{-1}(x)$ در آن بازه کدام است؟

$\frac{1}{4}x + 1, x \leq 4$ (۴)

$\frac{1}{4}x - 1, x \geq 4$ (۳)

$\frac{1}{4}x - 1, x \leq 4$ (۲)

$\frac{1}{4}x + 1, x \geq 4$ (۱)

۴۹ ضابطه وارون تابع $y = \begin{cases} \sqrt{x} & , x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & , x < 0 \end{cases}$ ، کدام است؟

$y = \pm x|x|, x \in \mathbb{R}$ (۴) $y = \pm x^2, x \in \mathbb{R}$ (۳) $y = -x^2, x < 0$ (۲) $y = x|x|, x \in \mathbb{R}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۵۰ دو تابع $f = \{(1, 2), (2, 3), (4, 5), (3, 4)\}$ و $g = \{(2, 1), (3, 2), (5, 4)\}$ مفروض اند. تابع $g^{-1} \circ f^{-1}$ کدام است؟

$\{(3, 3), (5, 5), (4, 3)\}$ (۲) $\{(4, 4), (1, 1), (3, 4)\}$ (۱)
 $\{(2, 2), (3, 3), (5, 5)\}$ (۴) $\{(2, 2), (1, 1), (4, 4)\}$ (۳)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۵۱ اگر دامنه تابع $f(x) = \frac{16}{(n+2)x^2 - mx - n}$ به صورت $R - \{2, -1\}$ باشد، $f(-2)$ کدام است؟

-۱ (۴) ۲ (۳) -۲ (۲) ۱ (۱)

آزمون های آزمایشی-یازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴

۵۲ اگر توابع f, g به صورت $\begin{cases} f = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 11)\} \\ g = \{(1, 5), (2, -2), (3, 9), (4, -1), (5, 3)\} \end{cases}$ مفروض باشند، حاصل $(f+g) \circ (f-g)(2)$ کدام است؟

۱۱ (۴) ۱۴ (۳) -۳ (۲) -۲ (۱)

آزمون های آزمایشی-یازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۵۳ نقطه $M(13, 2)$ بر نمودار تابع وارون تابع $f(x) = x^3 - ax + 7a - 25$ قرار دارد. حاصل $f(-1) + f^{-1}(26)$ کدام است؟

۳۰ (۴) ۲۰ (۳) ۲۵ (۲) ۱۵ (۱)

آزمون های آزمایشی-یازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۵۴ اگر $f^{-1}(x)$ وارون تابع $f(x) = x + \sqrt{x}$ باشد، حاصل $f^{-1}(6) + f^{-1}(12)$ کدام است؟

۱۳ (۴) ۱۴ (۳) ۱۲ (۲) ۱۱ (۱)

آزمون های آزمایشی-یازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

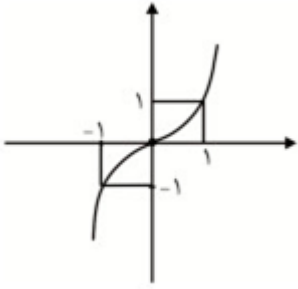
۵۵ وارون تابع $y = -3x^2 + 2x - 11$ از کدام نقطه عبور می‌کند؟

$(-12, -1)$ (۴) $(-1, 10)$ (۳) $(2, -31)$ (۲) $(9, -2)$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی



۵۶ اگر $f(x) = x^2$ و نمودار تابع $(f \times g)(x)$ به صورت زیر باشد، ضابطه‌ی تابع $g(x)$ کدام است؟



$g(x) = \begin{cases} -1 & x > 0 \\ 1 & x < 0 \end{cases}$ (۲)

$g(x) = \text{sign}(x)$ (۱)

$g(x) = \frac{1}{x^2}$ (۴)

$g(x) = \frac{|x|}{x}$ (۳)

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

۵۷ ضابطه‌ی وارون تابع $f(x) = x^2 |x| - 8$ در بازه‌ای که صعودی اکید است، در کدام مورد درست بیان شده است؟

$f^{-1}(x) = -\sqrt{x+8}; x \leq -8$ (۲)

$f^{-1}(x) = -\sqrt{x} - 8; x \leq -8$ (۱)

$f^{-1}(x) = \sqrt{x+8}; x \geq -8$ (۴)

$f^{-1}(x) = \sqrt{x} + 8; x \geq -8$ (۳)

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۹۹-۰۰

۵۸ کدام یک از تابع‌های زیر یک به یک، نیست؟

$y = |x+2| + 2x$ (۲)

$y = |x+2| + x$ (۱)

$y = \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$ (۴)

$y = 4x + \sqrt{x-1}$ (۳)

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۹۹-۰۰

۵۹ تابع با ضابطه‌ی $g(x) = x - \sqrt{x}$ مفروض است. اگر نمودار تابع f محور x ها را در دو نقطه به طول‌های ۶ و $\frac{1}{4}$ قطع کند، آن‌گاه نمودار تابع $f \circ g$ ، محور x ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

۴ و ۹ (۴)

۴ و $\frac{1}{4}$ (۳)

$\frac{1}{4}$ و ۹ (۲)

$\frac{1}{9}$ و ۴ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۶۰ اگر رابطه‌ی $f = \{(3, 2), (a, 5), (3, a^2 - a), (b, 2), (-1, 4)\}$ تابع یک‌به‌یک باشد، دوتایی (a, b) کدام است؟

$(2, 3)$ (۴)

$(2, 1)$ (۳)

$(-1, 3)$ (۲)

$(-1, 1)$ (۱)

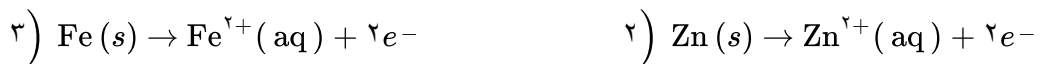
کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی



پاسخنامه تشریحی

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بررسی عبارت‌ها:

الف) درست است. در هر چهار شکل نیم‌واکنش کاهش $O_2(g) + 2H_2O(l) + 4e^- \rightarrow 4OH^-(aq)$ (ب) نادرست است.



پ) درست است.

ت) نادرست است. الف آهن سفید است و روی آند است و نقش محافظت‌کننده آهن را دارد بنابراین کاتد توسط آند پوشانده شده است. در ب آهن اکسید می‌شود و آند است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. همه موارد نادرست هستند. فرمول مولکولی ترکیب $C_{17}H_{18}N_3O_4F$ است.

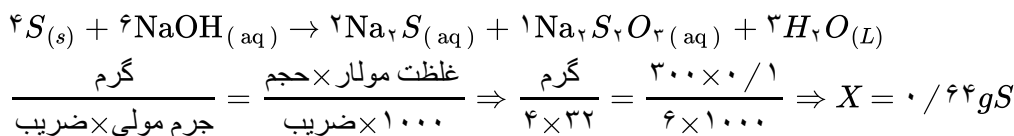
مورد اول: جفت الکترون‌های ناپیوندی روی اتم‌های O، N و F برابر ۱۴ ولی شمار پیوندهای C-H برابر ۱۶ است.

مورد دوم: جرم کربن در آن $11/33$ برابر جرم هیدروژن است و ادامه جمله صحیح است.

مورد سوم: شمار اتم‌های کربنی که به اتم اکسندتر متصل هستند برابر ۱۱ ولی شمار پیوند C-H در مولکول نفتالن برابر ۱۰ است.

مورد چهارم: شمار اتم‌های کربنی که دست‌کم به یک اتم هیدروژن متصل‌اند برابر ۹ و $4/5$ برابر شمار پیوندهای C-N در یک آمین راست‌زنجیر دو عاملی است.

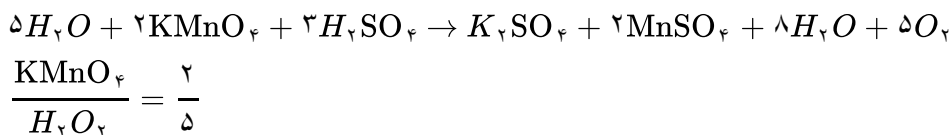
گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



روش کسر تبدیل:

$$0/3 L NaOH \times \frac{0/1 \text{ mol NaOH}}{1 L NaOH} \times \frac{4 \text{ mol S}}{6 \text{ mol NaOH}} \times \frac{32 gS}{1 \text{ mol S}} = 0/64 g$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. زیرا داریم:



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. زیرا در آن علاوه بر تولید انرژی الکتریکی، آب نیز تولید می‌شود و مقدار emf آن برابر با پتانسیل کاهش‌ی مربوط به کاتد است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

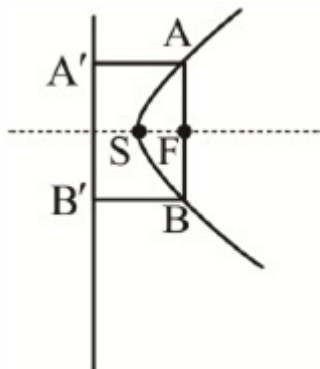
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فقط مورد چهارم غلط است، $CaCl_2$ به ذوب در سلول دانه کمک می‌کند.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. زیرا، کاهش به وسیله یک کاهنده ایجاد می‌شود و خود آن طی این فرایند، اکسایش می‌یابد. ۱۸

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۹

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. سه فلز طلا، سدیم و منگنز همگی رسانا هستند و نمی‌توان آن‌ها را با توجه به رسانایی آن‌ها از یکدیگر جدا کرد. ۲۰

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۱



$$y^2 - 4x - 6x + 1 = 0 \Rightarrow y^2 - 6y + 9 = 4x + 8$$

$$(y - 3)^2 = 4(x + 2)$$

$$BB' = 2a = 2, AB = 4a = 4$$

$$AB^2 + BB^2 = AB'^2 \Rightarrow 16 + 4 = 20 = AB'^2$$

$$\Rightarrow AB' = 2\sqrt{5}, r = \sqrt{5}$$

$$S = \pi r^2 = 5\pi$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. یعنی معادله سهمی چنین است: ۲۲

$$y^2 - 2y = \frac{ax}{4} \Rightarrow (y - 1)^2 = \frac{a}{4}(x + 2a)$$

مرکز (رأس) سهمی $\left(-\frac{2}{a}, 1\right)$ است. در ضمن $P = \frac{|a|}{8}$

حال a چه مثبت باشد چه منفی، با توجه به این که خط هادی $x = -1$ است، داریم.

$$-\frac{2}{a} - \frac{a}{8} = -1 \Rightarrow a = 4$$

یعنی سهمی $(y - 1)^2 = 2\left(x + \frac{1}{2}\right)$ است که کانون آن $F(0, 1)$ است. فاصله این کانون از $A(3, 4)$ می‌شود.

$$|\overrightarrow{AF}| = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$$



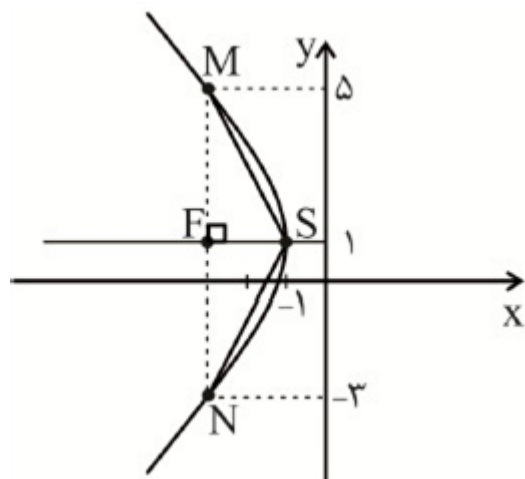
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا معادله سهمی را به حالت استاندارد تبدیل می‌کنیم:

$$(y-1)^2 = -8(x+1)$$

معادله خط عمود بر محور تقارن در کانون $F \left| \begin{matrix} -3 \\ 1 \end{matrix} \right.$ $\Rightarrow x = -3$ سهمی افقی است و دهانه آن رو به چپ:
 کانون $\rightarrow S \left| \begin{matrix} -1 \\ 1 \end{matrix} \right.$ راس
 $2a = 8$

$a = 2$ پارامتر سهمی

معادله خط $x = -3$ را با معادله سهمی $(y-1)^2 = -8(x+1)$ قطع می‌دهیم تا مختصات M و N به دست آید:



$$x = -3 \Rightarrow (y-1)^2 = -8(-3+1) \\ \Rightarrow (y-1)^2 = 16 \Rightarrow \begin{cases} y = 5 \\ y = -3 \end{cases}$$

و قاعده مثلث $M \left| \begin{matrix} -3 \\ 5 \end{matrix} \right.$, $N \left| \begin{matrix} -3 \\ -3 \end{matrix} \right.$ $\Rightarrow MN = 8 =$

ارتفاع مثلث $SF = |a| = 2 =$

$$S_{\triangle MNS} = \frac{8 \times 2}{2} = 8$$

$$FF' = 2c = \sqrt{(5-5)^2 + (4-(-4))^2} = 8 \Rightarrow c = 4$$

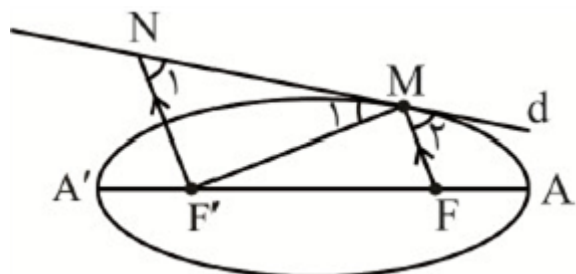
گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

قطر کوچک $2b = 4 \Rightarrow b = 2$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 4 + 16 = 20 \Rightarrow a = 2\sqrt{5}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{اندازه وتر کانونی} &= \frac{2b^2}{a} = \frac{2(2)^2}{2\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}} \\ \text{اندازه خروج از مرکز} &= \frac{c}{a} = \frac{4}{2\sqrt{5}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{اندازه وتر کانونی} = 2 \times \text{اندازه خروج از مرکز}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بنابر ویژگی بازتابندگی بیضی داریم:



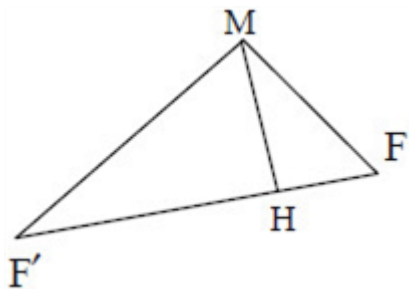
(۱) d مماس بر بیضی $\Rightarrow \widehat{M}_1 = \widehat{M}_2$

(۲) $NF' \parallel MF$ $\Rightarrow \widehat{N}_1 = \widehat{M}_2$
 مورب d

(۳) $\widehat{N}_1 = \widehat{M}_1 \Rightarrow \triangle MNF'$ متساوی الساقین $\Rightarrow MF' = NF'$

مطابق تعریف بیضی: $MF + MF' = 2a = 12 \xrightarrow{(3)} MF + NF' = 12$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مثلث MFF' قائم‌الزاویه است. ۲۶



$$MF^2 + MF'^2 = FF'^2 \Rightarrow (MF + MF')^2 - 2MF \times MF' = FF'^2$$

$$(2a)^2 - 2MF \times MF' = (2c)^2 \Rightarrow MF \times MF' = 18$$

از طرف دیگر کمترین فاصله M تا قطر کانون بیضی برابر طول ارتفاع MH در مثلث قائم‌الزاویه MFF' است.

$$MH = \frac{MF \times MF'}{FF'} = \frac{9}{4}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. محیط مثلث MFF' برابر $2a + 2c$ و مجموع فواصل F از دو نقطه انتهایی قطر کوچک $2a$ است، بنابراین: ۲۷

$$\begin{cases} 2a + 2c = 32 \\ 2a = 20 \end{cases} \Rightarrow a = 10, c = 6 \Rightarrow e = \frac{c}{a} = 0/6$$

خروج از مرکز بیضی

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 100 = b^2 + 36 \Rightarrow b^2 = 64 \Rightarrow b = 8 \Rightarrow 2b = 16 = \text{اندازه قطر کوچک بیضی}$$

$$\text{اختلاف موردنظر} = 16 - 0/6 = 15/4$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۸

محیط مثلث MFF' برابر $2a + 2c$ و مجموع فواصل F از دو نقطه انتهایی قطر کوچک برابر $2a$ می‌باشد پس:

$$\begin{cases} 2a + 2c = 32 \\ 2a = 20 \end{cases} \Rightarrow 2c = 12 \Rightarrow c = 6, a = 10 \Rightarrow e = \frac{c}{a} = 0/6$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون دایره در ربع اول بر محورهای مختصات مماس است، پس مرکز آن $O(\alpha, \alpha)$ و شعاع آن α است. از طرفی فاصله‌ی مرکز دایره تا خط مماس $3x + 4y = 12$ برابر شعاع دایره است. پس: ۲۹

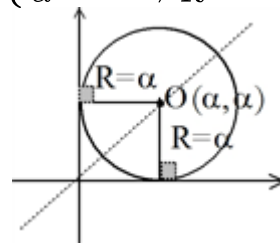
$$\alpha = \frac{|3\alpha + 4\alpha - 12|}{\sqrt{9 + 16}} \Rightarrow 5\alpha = |7\alpha - 12| \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 6 \\ \alpha = 1 \end{cases}$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. چون نقطه‌ی A در ربع اول است. پس مرکز دایره روی خط $y = x$ قرار دارد، یعنی ۳۰

$O(\alpha, \alpha)$ و شعاع دایره نیز $R = \alpha$ است (به شکل نگاه کنید) بنابراین:

$$C: (x - \alpha)^2 + (y - \alpha)^2 = \alpha^2 \xrightarrow{A \in C} (3 - \alpha)^2 + (6 - \alpha)^2 = \alpha^2$$

$$\Rightarrow \alpha^2 - 18\alpha + 45 = 0 \Rightarrow (\alpha - 15)(\alpha - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 3 \Rightarrow R = 3 \\ \alpha = 15 \Rightarrow R = 15 \end{cases}$$



۳۱

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. کافی است، عمودمنصف‌های دو وتر (دو ضلع مثلث) از دایره را پیدا کرده، سپس با هم تلاقی دهیم.

$A(1, 3), B(3, 1) \Rightarrow y = x$ معادله عمودمنصف AB:

$B(3, 1), C(5, 1) \Rightarrow x = \frac{3+5}{2} \Rightarrow x = 4$ معادله عمودمنصف BC:

حال دو عمودمنصف را با هم تلاقی می‌دهیم:

$$\begin{cases} y = x \\ x = 4 \end{cases} \Rightarrow y = x = 4 \Rightarrow O = (4, 4)$$

$R = |OA| = \sqrt{(4-1)^2 + (4-3)^2} = \sqrt{10}$

۳۲

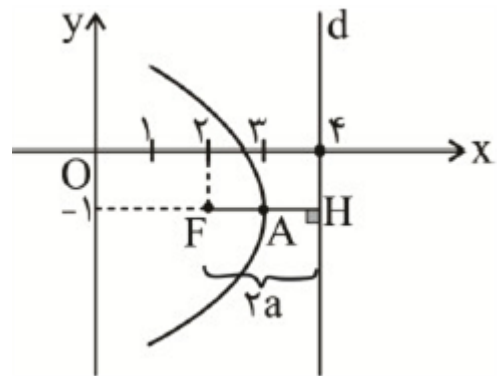
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون خط هادی d در سمت راست کانون سهمی قرار دارد، پس این سهمی رو به چپ (همیشه رو به کانون خود) باز می‌شود و افقی است. فاصله کانون تا خط هادی همواره برابر ۲a است، از این رو خواهیم داشت:

$FH = 2a = F$ تا d فاصله $= 4 - 2 = 2$ (*)

(راس سهمی) $A = FH$ نقطه وسط $= \left(\frac{2+4}{2}, -1 \right) = (3, -1)$

معادله سهمی $(y+1)^2 = -4a(x-3)$ $\xrightarrow{2a=2}$ (*)

$(y+1)^2 = -4(x-3) \Rightarrow y^2 + 2y + 4x + 1 - 12 = 0 \Rightarrow y^2 + 2y + 4x - 11 = 0$



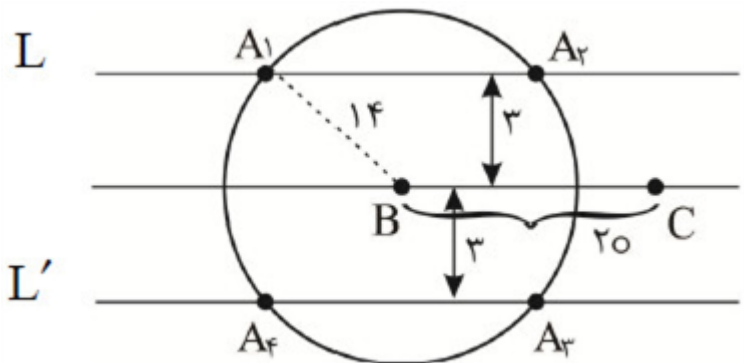
۳۳

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با فرض آنکه AH ارتفاع وارد بر ضلع $BC = 20$ در مثلث ABC باشد، آنگاه:

$S = \frac{1}{2} BC \times AH \Rightarrow 30 = \frac{1}{2} \times 20 \times AH$

$\Rightarrow AH = 3$

بنابراین: نقطه A به فاصله ۳ واحد از خط گذرنده از BC قرار دارد. مکان هندسی نقطه A دو خط موازی L و L' مطابق شکل است که در آن باید $AB = 14$ باشد. برای رعایت این شرایط کافی است دایره‌ای به مرکز B و شعاع ۱۴ رسم کنیم. نقاط برخورد این دایره با دو خط L و L' جواب مسئله است. (۴ نقطه A_1 و A_2 و A_3 و A_4)



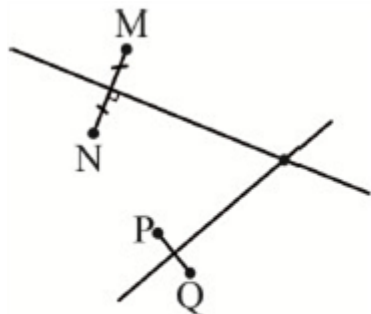
۳۴

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فاصله کانون از خط هادی برابر با $2a$ است.

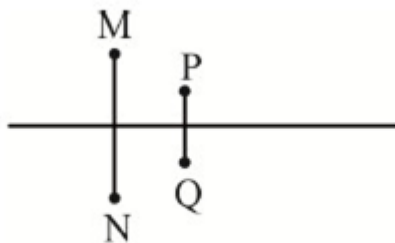
$$y^2 - 2y + 1 = 4x + 7 + 1 \Rightarrow (y - 1)^2 = 4(x + 2) \Rightarrow 4a = 4 \Rightarrow 2a = 2$$

۳۵

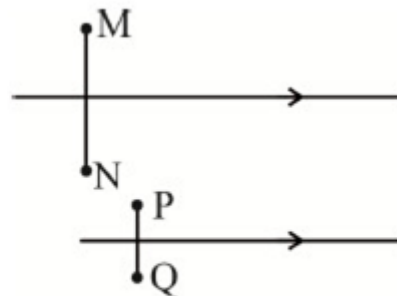
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مکان هندسی نقاطی که از M و N به یک فاصله‌اند عمودمنصف پاره‌خط MN و مکان هندسی نقاطی که از P و Q به یک فاصله‌اند عمودمنصف پاره‌خط PQ است. این دو خط می‌توانند همدیگر را در یک نقطه یا هیچ نقطه قطع کنند یا بر هم منطبق شوند ولی این دو خط امکان ندارد یکدیگر را در دو نقطه قطع کنند.



(یک نقطه)



(بی‌شمار نقطه)



(هیچ نقطه)

۳۶

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مرکز دایره محل تلاقی قطرهای آن است بنابراین:

$$\begin{cases} x + y = -2 \\ x - y = 6 \end{cases} \rightarrow x = 2, y = -4$$

مختصات مرکز دایره $O(2, -4)$

فاصله نقطه O تا خط مماس همان شعاع دایره R است:

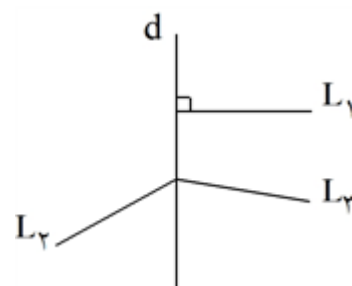
$$R = \frac{|4(2) + 3(-4) - 21|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{25}{5} = 5$$

$$S = \pi R^2 = 25\pi$$

دایره

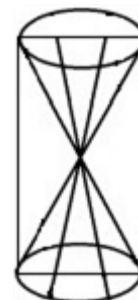
۳۷

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مجموعه خط‌هایی که بر خط مفروض d (در فضا) عمود هستند یا موازیند که در صفحه‌های مختلف شامل خط d قرار می‌گیرند. یا متقاطع‌اند که در صفحات عمود بر خط d قرار می‌گیرند، یا متناظرند که هر کدام از آن‌ها در صفحات مختلف گذرنده از خط d قرار می‌گیرند. به نادرستی سایر گزینه‌ها توجه کنید. مخصوصاً گزینه‌ی ۴ که آنچه مطرح شده یک سطح مخروطی را ایجاد می‌کند نه یک مخروط.



۳۸

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بنابر شکل زیر دو خط می‌شود که در رأس سطح مخروطی متقاطع هستند.



۳۹

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. وتر از سهمی به معادله $y^2 = 4(x + y)$ که از کانون بر محور آن عمود باشد، قطری از یک دایره است. بنابراین کانون سهمی، مرکز دایره و طول وتر کانونی سهمی، برابر با طول قطر دایره می‌باشد. داریم:

$$y^2 = 4x + 4y \Rightarrow y^2 - 4y = 4x \Rightarrow (y - 2)^2 = 4x + 4 \xrightarrow{\text{معادله ی استاندارد سهمی}}$$

$$(y - 2)^2 = 4(x + 1) \xrightarrow{\text{سهمی افقی بازشونده به راست}} \begin{cases} S(-1, 2) \\ 4a = 4 \Rightarrow a = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{کانون سهمی : } F(-1 + a, 2) = (0, 2) \Rightarrow \text{مرکز دایره : } O(0, 2) \\ \text{طول وتر کانونی سهمی} = 4a = 4 \Rightarrow 2R = 4 \Rightarrow R = 2 \end{cases}$$

حال با داشتن مختصات مرکز و طول شعاع دایره، معادله دایره به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\Rightarrow O(0, 2), R = 2 \xrightarrow{\text{معادله ی دایره}} (x - 0)^2 + (y - 2)^2 = 2^2 \Rightarrow x^2 + y^2 - 4y + \cancel{4} = \cancel{4} \Rightarrow$$

$$x^2 + y^2 - 4y = 0$$

۴۰

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. رأس سهمی وسط کانون و خط هادی است پس $S(-1, 2)$ است، در ضمن فاصله ی کانون تا خط هادی برابر $2a$ یعنی ۴ است.

$$\text{معادله سهمی افقی} \Rightarrow (y - \beta)^2 = 4a(x - \alpha) \Rightarrow (y - 2)^2 = 4(x + 1)$$

$$\xrightarrow{y=0} 4 = 4(x + 1) \Rightarrow x + 1 = 1 \Rightarrow x = 0$$

$$x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{2 - m}{2m}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. باید x رأس سهمی در این بازه نباشد:

$$\frac{2 - m}{2m} \leq -1 \text{ (ب) یا } \frac{2 - m}{2m} \geq 2 \text{ (الف) پس داریم:}$$

$$\text{ب) } \frac{2 - m}{2m} + 1 = \frac{2 + m}{2m} \leq 0 \Rightarrow -2 \leq m < 0$$

$$\text{الف) } \frac{2 - m}{2m} - 2 \geq 0 \Rightarrow \frac{2 - 5m}{2m} > 0 \Rightarrow 0 < m \leq \frac{2}{5}$$

$m = 0$ هم قبول است چون تابع به خط تبدیل می‌شود.

پس مجموعه جواب m به صورت $\left[-2, \frac{2}{5}\right]$ درمی‌آید که طولش $2/4$ است.

۴۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر تابعی به فرم $y = \frac{ax^n + bx^{n-1} + \dots}{a'x^n + b'x^{n-1} + \dots}$ تابع ثابت $y = k$ باشد آنگاه

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \dots = k \downarrow \text{ضابطه تابع}$$

$$\frac{a + 2}{a} = \frac{3}{1} = \frac{2c - 1}{4} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a + 2}{a} = \frac{3}{1} \Rightarrow a = 1 \\ \frac{2c - 1}{4} = \frac{3}{1} \Rightarrow c = \frac{13}{2} \end{cases}$$

$$\text{حاصل } \frac{-2a}{-2a + 2c} = \frac{-2}{10} \text{ می‌باشد.}$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

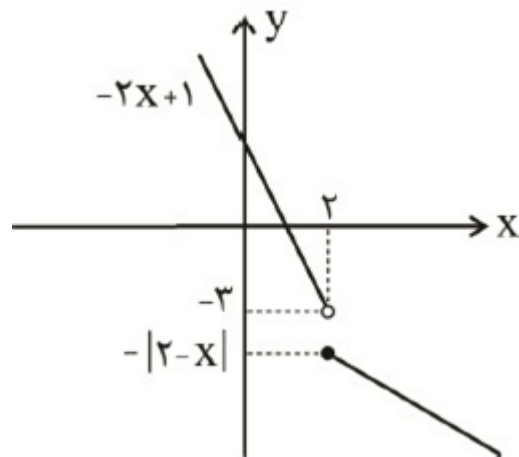
باید ضابطه‌ها در دامنه خود ۱ به ۱ باشند، یعنی نقطهٔ ماکزیمم قدرمطلق در $x \geq 2$ قرار ندارد:

$$\Rightarrow m < 2$$

و اشتراک بردها تهی باشد، یعنی عرض ماکزیمم ضابطه پایین (در $x = 2$) از شروع ضابطه بالا (در نقطهٔ توخالی

$(2, -3)$) بیشتر نباشد:

$$f(2) = -|2 - m| \leq -3 \Rightarrow 2 - m \geq 3 \Rightarrow m \leq -1$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای پیدا کردن $f(2)$ ، ورودی تابع f (یعنی خروجی تابع $g(2x)$) باید برابر ۲ باشد، پس

$$g(2x) = 4x - 1 = 2 \Rightarrow x = \frac{3}{4} \quad \text{داریم:}$$

همچنین ورودی دومین تابع g ، $f(2)$ و خروجی آن ۹ است، پس داریم:

$$g(f(2)) = 2f(2) - 1 = 2(5) - 1 = 9$$



$$f(x) = |x| [x] + x$$

$$-3 \leq x < -2 \Rightarrow |x| = -x, [x] = -3 \Rightarrow f(x) = 4x$$

$$-2 \leq x < -1 \Rightarrow |x| = -x, [x] = -2 \Rightarrow f(x) = 3x$$

$$-1 \leq x < 0 \Rightarrow |x| = -x, [x] = -1 \Rightarrow f(x) = 2x$$

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow |x| = x, [x] = 0 \Rightarrow f(x) = x$$

$$1 \leq x < 2 \Rightarrow |x| = x, [x] = 1 \Rightarrow f(x) = 2x$$

$$2 \leq x < 3 \Rightarrow |x| = x, [x] = 2 \Rightarrow f(x) = 3x$$

x	-3	-2
y	-12	-8

x	-2	-1
y	-6	-3

x	-1	0
y	-2	0

x	0	1
y	0	1

x	1	2
y	2	4

x	2	3
y	6	9

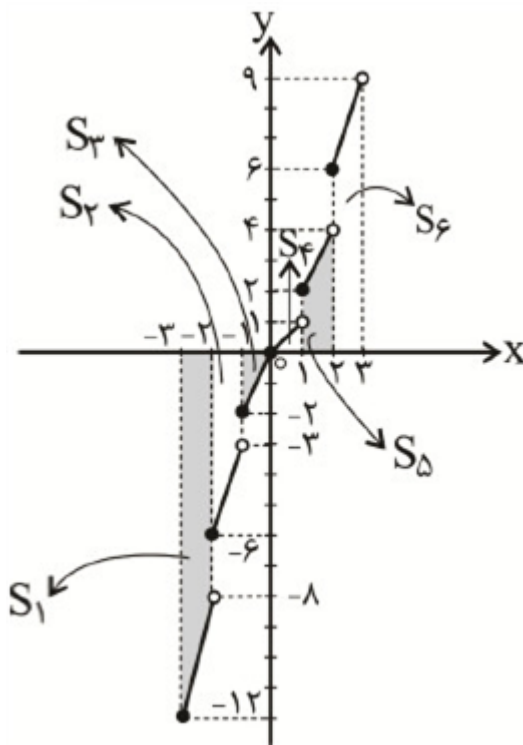
$$S_1 = \frac{(1+0) \times 1}{2} = 1 \quad S_2 = \frac{(2+0) \times 1}{2} = 1$$

$$S_3 = \frac{1 \times 2}{2} = 1 \quad S_4 = \frac{1 \times 1}{2} = 0.5$$

$$S_5 = \frac{(2+4) \times 1}{2} = 3 \quad S_6 = \frac{(6+9) \times 1}{2} = 7.5$$

$$\text{مساحت کل مورد نظر} = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 + S_6$$

$$= 1 + 1 + 1 + 0.5 + 3 + 7.5 = 14.5$$



۴۶

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در تابع هموگرافیک $y = \frac{x-1}{2x-1}$ ، از آنجا که ضریب x در صورت و عدد ثابت در مخرج،

قرینه یکدیگرند، این تابع با وارونش برابر است. پس برای محاسبه $f(f(-2))$ می‌توان نوشت:

$$f(f(-2)) = f^{-1}(f(-2)) = -2$$

$$h(g(f(f(-2)))) = h(g(-2))$$

پس داریم:

حالا برای محاسبه $g(-2)$ کافی است در تساوی $h^{-1}(x) = g(3x - 5)$ ، $x = 1$ را جایگذاری کنیم:

$$h^{-1}(1) = g(-2)$$

$$h(g(-2)) = h(h^{-1}(1)) = 1$$

پس داریم:

۴۷

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{دامنه تابع: } \left. \begin{matrix} 2-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 2 \\ x \neq 2 \end{matrix} \right\} \Rightarrow x < 2 \Rightarrow |x-2| = -(x-2) \Rightarrow f(x) = \sqrt{2-x} + 1$$

$$\Rightarrow y = \sqrt{2-x} + 1 \Rightarrow y-1 = \sqrt{2-x} \Rightarrow (y-1)^2 = 2-x \Rightarrow x = 2 - (y-1)^2$$

$$f^{-1}(x) = 2 - (x-1)^2 \Rightarrow f^{-1}(x) = 1 + 2x - x^2$$

۴۸

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = 2x - |4 - 2x| = \begin{cases} 2x + 4 - 2x & x > 2 \\ 2x - 4 + 2x & x \leq 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} 4 & x > 2 \\ 4x - 4 & x \leq 2 \end{cases}$$

به ازای $x \leq 2$ تابع یک به یک و وارون‌پذیر است.

$$x \leq 2 \Rightarrow 4x - 4 \leq 4 \Rightarrow y \leq 4$$

$$y = 4x - 4 \Rightarrow x = \frac{y+4}{4} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{4}x + 1 \quad (x \leq 4)$$

۴۹

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} y = \sqrt{x}, x \geq 0 \Rightarrow x = y^2, y \geq 0 \\ y = -\sqrt{-x}, x < 0 \Rightarrow x = -y^2, y < 0 \end{cases} \quad x = y|y| \Rightarrow f^{-1}(x) = x|x|$$

۵۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$g^{-1} \circ f^{-1} = (f \circ g)^{-1}$$

پس ابتدا تابع fog را تشکیل می‌دهیم و سپس آن را معکوس می‌کنیم. برای تشکیل تابع fog از دامنه‌ی تابع g شروع می‌کنیم.

$$x = 2 : f(g(2)) = f(1) = 2 \Rightarrow (2, 2) \in \text{fog}$$

$$x = 3 : f(g(3)) = f(2) = 3 \Rightarrow (3, 3) \in \text{fog}$$

$$x = 5 : f(g(5)) = f(4) = 5 \Rightarrow (5, 5) \in \text{fog}$$

پس تابع fog به صورت زیر است:

$$\text{fog} = \{(2, 2), (3, 3), (5, 5)\}$$

$$(\text{fog})^{-1} = \{(2, 2), (3, 3), (5, 5)\}$$

و در نهایت تابع $(\text{fog})^{-1}$ را می‌یابیم:



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مفهوم این سؤال این است که ۲ و ۱- ریشه‌های معادله $(n+2)x^2 - mx - n = 0$ هستند از مجموع و حاصل ضرب ریشه‌ها استفاده می‌کنیم.

$$-1 \times 2 = \frac{-n}{n+2} \Rightarrow 2n + 4 = n \Rightarrow n = -4$$

$$-1 + 2 = \frac{m}{-4 + 2} \Rightarrow m = -2$$

$$f(-2) = \frac{16}{-2 \times 4 + 2 \times (-2) + 4} = \frac{16}{-8} = -2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۵۲

$$(f-g)(2) = 3 - (-2) = 5 \Rightarrow (f+g)((f-g)(2)) = (f+g)(5) = 11 + 3 = 14$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در تابع وارون نسبت به تابع اصلی آن، همیشه ارتباط زیر وجود دارد: ۵۳

$$(a, b) \in f \Leftrightarrow (b, a) \in f^{-1}$$

در این سؤال چون ضابطه تابع وارون را نداریم کافی است $M^{-1}(2, 13)$ (توجه کنید جای x و y عوض شده است.) را در این تابع f جایگذاری کنیم تا مقدار a به دست آید:

$$13 = 2^2 - 2a + 7a - 25 \Rightarrow a = 6 \Rightarrow f(x) = x^2 - 6x + 17$$

$$f(-1) = (-1)^2 - 6(-1) + 17 = 22$$

$$f^{-1}(26) = ? \Rightarrow x^2 - 6x + 17 = 26 \Rightarrow x^2 - 6x = 9 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow f^{-1}(26) = 3$$

$$\text{مقدار عبارت مورد نظر سؤال} = f(-1) + f^{-1}(26) = 22 + 3 = 25$$

توجه: معادله $x^2 - 6x - 9 = 0$ به صورت $(x-3)(x^2 + 3x + 3) = 0$ تجزیه می‌شود که در آن عبارت درجه دوم ریشه حقیقی ندارد. ($\Delta < 0$) و تنها ریشه معادله $x = 3$ است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۵۴

$$f^{-1}(6) = a \Rightarrow f(a) = 6 \Rightarrow a + \sqrt{a} = 6 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow f^{-1}(6) = 4 \quad (1)$$

$$f^{-1}(12) = b \Rightarrow f(b) = 12 \Rightarrow b + \sqrt{b} = 12 \Rightarrow b = 9 \Rightarrow f^{-1}(12) = 9 \quad (2)$$

$$1, 2 \Rightarrow f^{-1}(6) + f^{-1}(12) = 4 + 9 = 13$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۵۵

$$y(-2) = 24 - 4 - 11 = 9 \Rightarrow (-2, 9) \in f \Rightarrow (9, -2) \in f^{-1}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۵۶

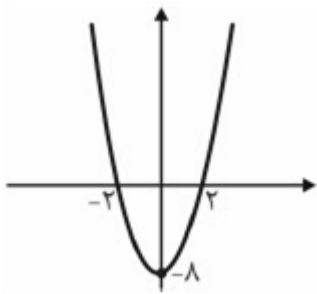
$$(f \times g)(x) = \begin{cases} x^2 & x > 0 \\ x = 0 = x^2 \times g(x) \\ -x^2 & x < 0 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{x^2} = 1 & x > 0 \\ x = 0 \Rightarrow g(x) = \text{sign}(x) \\ \frac{-x^2}{x^2} = -1 & x < 0 \end{cases}$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نمودار تابع دو ضابطه‌ای $f(x) = \begin{cases} x^2 - 8; & x \geq 0 \\ -x^2 - 8; & x < 0 \end{cases}$ به صورت شکل زیر است.

این تابع در بازه‌ی $[0, +\infty)$ صعودی اکید است و ضابطه‌ی وارون آن:



$$x \geq 0, y \geq -8 \rightarrow y = x^2 - 8$$

$$y + 8 = x^2$$

$$x = \sqrt{y + 8}$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt{x + 8}; x \geq -8$$

۵۷

$$y = |x + 2| + x$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۵۸

$$x = -2 \Rightarrow y = -2$$

مثال نقض: تابع یک به یک نیست.

$$x = -3 \Rightarrow y = -2$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. ۵۹

$$g(x) = x - \sqrt{x}, f(6) = 0, f\left(-\frac{1}{4}\right) = 0$$

$$f \circ g(x) = 0 \Rightarrow f(g(x)) = 0 \Rightarrow \begin{cases} g(x) = 6 \\ g(x) = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

$$g(x) = 6 \Rightarrow x - \sqrt{x} = 6 \Rightarrow x - \sqrt{x} - 6 = 0 \Rightarrow (\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = 3 \Rightarrow x = 9 \\ \sqrt{x} = -2 \text{ غ ق} \end{cases}$$

$$g(x) = -\frac{1}{4} \Rightarrow x - \sqrt{x} = -\frac{1}{4} \Rightarrow x - \sqrt{x} + \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow \left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{4}$$

بنابراین ریشه‌ها ۹ و $\frac{1}{4}$ می‌باشند.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۶۰

الف) شرط تابع بودن: هیچ دو زوج مرتب متمایز، مولفه‌ی اول برابر نداشته باشند.

$$(3, 2) = (3, a^2 - a) \Rightarrow a^2 - a = 2 \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0 \Rightarrow (a - 2)(a + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -1 \end{cases}$$

ب) شرط یک‌به‌یک بودن: هیچ دو زوج مرتب متمایز، مولفه‌ی دوم برابر نداشته باشند.

$$(3, 2) = (b, 2) \Rightarrow b = 3$$

اما از میان دو مقدار به‌دست آمده برای a ، باید یکی را به گونه‌ای انتخاب کنیم که شرایط الف و ب کماکان برقرار بماند. در نتیجه فقط $a = 2$ قابل قبول می‌باشد. زیرا اگر $a = -1$ باشد، دو زوج مرتب $(-1, 4)$ و $(-1, 5)$ در مجموعه دیده می‌شوند که در آن صورت مجموعه‌ی حاصل تابع نخواهد بود. در نتیجه $(a, b) = (2, 3)$ می‌باشد.



پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴	۳۳	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴	۳۴	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴	۳۵	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴	۳۶	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴	۳۷	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴	۳۸	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴	۳۹	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴	۴۰	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴	۴۱	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴	۴۲	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴	۴۳	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴	۴۴	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴	۴۵	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴	۴۶	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴	۴۷	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴	۴۸	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴	۴۹	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴	۵۰	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴	۵۱	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴	۵۲	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴	۵۳	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴	۵۴	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴	۵۵	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴	۵۶	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴	۵۷	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴	۵۸	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴	۵۹	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴	۶۰	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴					
۳۰	۱	۲	۳	۴					
۳۱	۱	۲	۳	۴					
۳۲	۱	۲	۳	۴					

