



نام و نام خانوادگی :

پایه تحصیلی :

زمان آزمون :

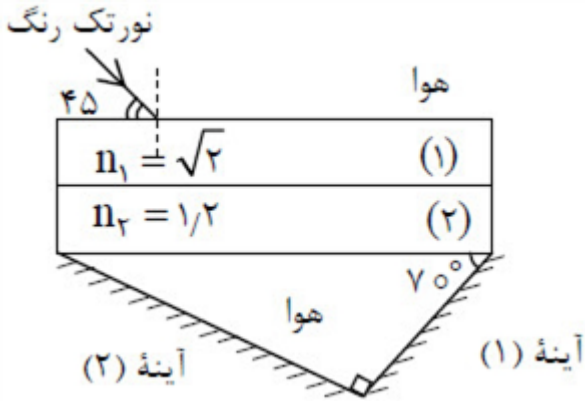
نام دبیر :

تاریخ برگزاری ۱۴۰۵/۰۲/۲۹

عنوان آزمون : ۱۲ ریاضی - سه شنبه ۲۹ اردیبهشت - تست تکمیلی



۱ مطابق شکل پرتو نور تک رنگی از هوا به سطح تیغه متوازی السطوح ۱ می‌تابد و در نهایت پس از خروج از تیغه متوازی السطوح ۲ به سطح آینه تخت ۱ می‌تابد. زاویه بازتاب این پرتو از سطح آینه تخت ۲ کدام است؟



۶۵° (۴)

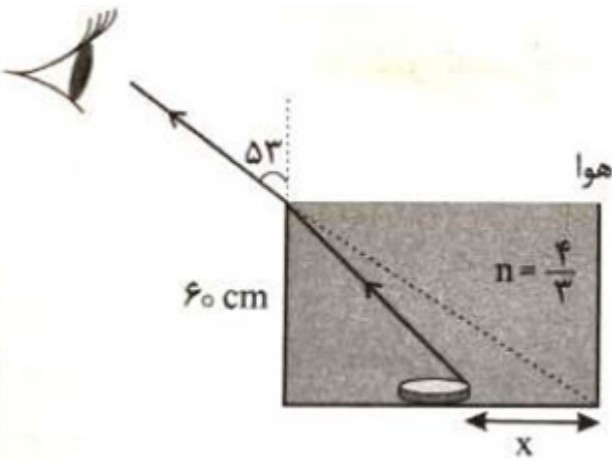
۵۰° (۳)

۲۵° (۲)

۱۵° (۱)

آزمون های آزمایشی - دوازدهم - سال تحصیلی ۱۴۰۳ - ۱۴۰۴

۲ در شکل مقابل فاصله سکه تا دیواره ظرف x چند cm است؟



۳۵ (۴)

۳۰ (۳)

۲۵ (۲)

۲۰ (۱)

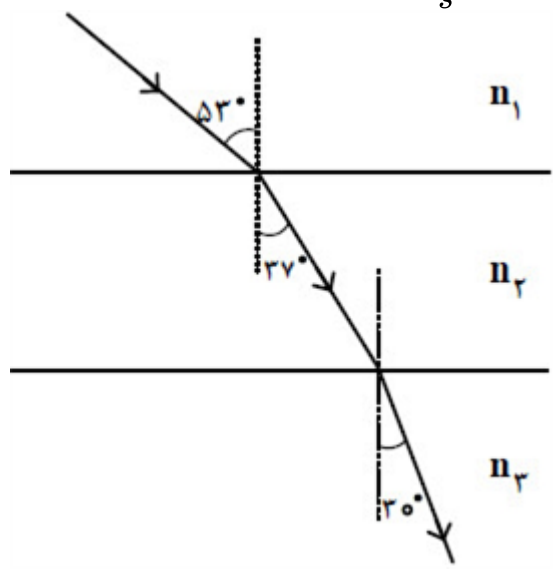
آزمون های آزمایشی - دوازدهم - سال تحصیلی ۱۴۰۲ - ۱۴۰۳



۳

در شکل مقابل، سطح جدایی محیط‌های شفاف با هم موازی‌اند. نور از هوا وارد محیط ۲ و سپس وارد محیط ۳ می‌شود. سرعت نور در محیط ۲ چند متر بر ثانیه از سرعت نور در محیط ۳ بیشتر است؟

$(\sin 53^\circ = 0.8 \text{ و } c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s})$

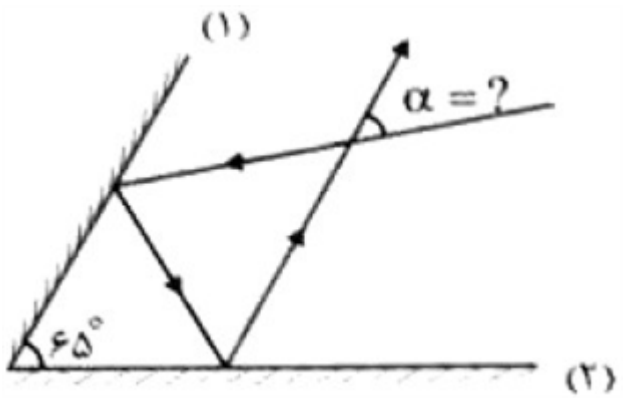


- ۱ $1/125 \times 10^7$
- ۲ $1/875 \times 10^8$
- ۳ $2/25 \times 10^8$
- ۴ $3/75 \times 10^7$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۴

در شکل مقابل، پرتوی نور پس از برخورد به آینه تخت ۱ بازتاب شده، به آینه تخت ۲ برخورد کرده و از آینه ۲ نیز بازتاب شده است. زاویه α در این شکل چند درجه است؟



- ۱ ۳۰
- ۲ ۴۰
- ۳ ۵۰
- ۴ ۶۰

آزمون های آزمایشی - دوازدهم - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۵

خفاشی با تندی ثابت $15 \frac{m}{s}$ به مانعی نزدیک می‌شود. در یک لحظه امواج فراصوتی به طراف مانع ارسال می‌کند و $0.8s$ بعد، پژواک آن را دریافت می‌کند. در لحظه دریافت پژواک، فاصله خفاش از مانع چند متر است؟

$(v \text{ صوت} = 330 \frac{m}{s})$

- ۱ ۱۳۲
- ۲ ۱۳۸
- ۳ ۲۶۴
- ۴ ۲۷۶

آزمون های آزمایشی - دوازدهم - سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۶

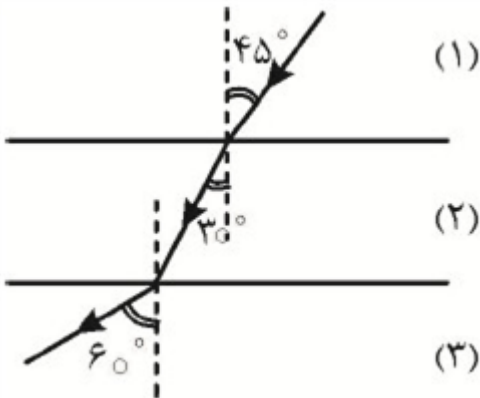
در یک روز گرم با نزدیک شدن پرتوی نور به سطح زمین تندی و طول موج پرتو چگونه تغییر می‌کند؟ (از راست به چپ)

- ۱ کاهش، افزایش
- ۲ کاهش، کاهش
- ۳ افزایش، افزایش
- ۴ افزایش، کاهش

آزمون های آزمایشی - دوازدهم - سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰



۷ مطابق شکل مقابل، یک پرتوی نور از محیط ۱ وارد محیط ۲ و از محیط ۲ وارد محیط ۳ شده است. نسبت $\frac{V_2}{V_1}$ کدام است؟



۴ $\sqrt{\frac{5}{3}}$

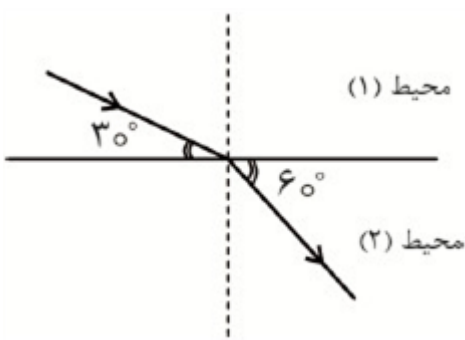
۳ $\sqrt{\frac{2}{3}}$

۲ $\sqrt{\frac{3}{5}}$

۱ $\sqrt{\frac{3}{2}}$

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

۸ مطابق شکل مقابل، موج تختی به سطح جدایی دو محیط برخورد و وارد محیط دوم می‌شود. تندی انتشار موج در محیط ۲ چند برابر تندی آن در محیط ۱ است؟



۴ $\frac{1}{\sqrt{3}}$

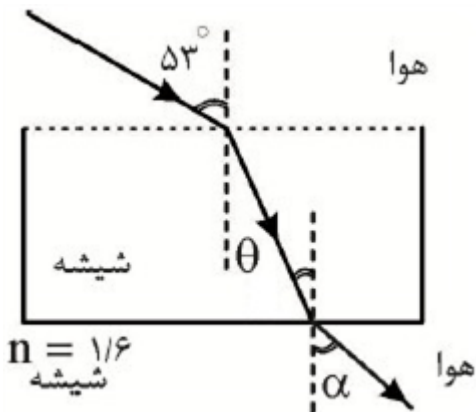
۳ $\sqrt{2}$

۲ $\frac{1}{\sqrt{2}}$

۱ $\sqrt{3}$

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

۹ مطابق شکل زیر، پرتوی نوری از هوا با زاویه‌ی 53° نسبت به خط عمود به سطح شیشه برخورد نموده و وارد شیشه می‌شود. زاویه‌های α و θ در شکل چند درجه هستند؟ (از راست به چپ)



۴ 37° و 53°

۳ 60° و 37°

۲ 53° و 30°

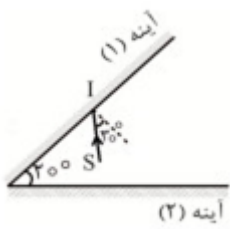
۱ 30° و 53°

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰



۱۰

مطابق شکل، پرتو SI به آینه (۱) می‌تابد و پس از بازتابش‌هایی میان دو آینه، از فضای بین دو آینه خارج می‌شود. زاویه میان پرتو بازتاب نهایی با امتداد پرتو SI چند درجه است؟ (طول آینه‌ها به اندازه کافی بلند است).



۸۰° (۴)

۵۰° (۳)

۱۳۰° (۲)

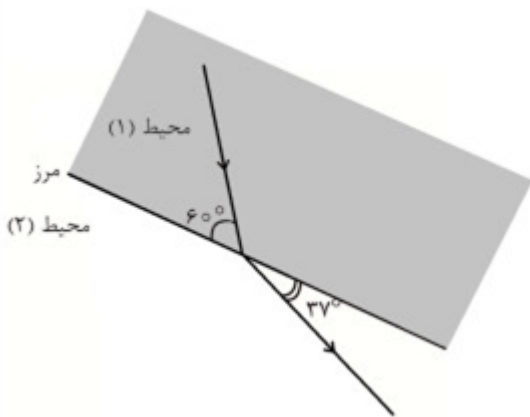
۱۱۰° (۱)

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۹۹-۰۰

۱۱

مطابق شکل پرتو نور SI از محیط شفاف (۱) به مرز آن با محیط شفاف (۲) می‌تابد. نسبت $\frac{v_2}{v_1}$ کدام است؟

($\sin 37^\circ = 0.6$)



$\frac{8}{5}$ (۴)

$\frac{3\sqrt{3}}{5}$ (۳)

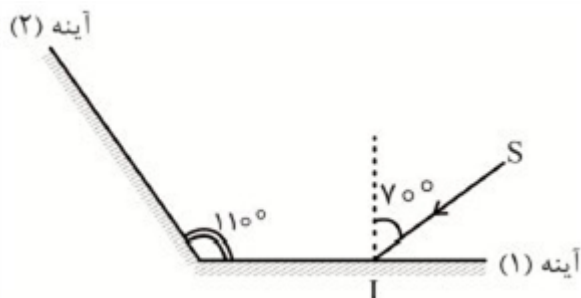
$\frac{6}{5}$ (۲)

$\frac{2\sqrt{3}}{5}$ (۱)

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۹۹-۰۰

۱۲

در شکل مقابل اگر زاویه بین پرتو تابش SI و سطح آینه تخت ۱، 10° افزایش یابد، به ترتیب زاویه تابش در آینه ۲ چند درجه و چگونه تغییر می‌کند و زاویه بین امتداد پرتو SI و امتداد پرتو بازتاب از آینه ۲ چند درجه و چگونه تغییر می‌کند؟



۱۰ درجه افزایش می‌یابد، ۲۰ درجه کاهش می‌یابد. (۱)

۱۰ درجه کاهش می‌یابد، ۲۰ درجه کاهش می‌یابد. (۲)

۱۰ درجه افزایش می‌یابد، ثابت می‌ماند. (۳)

۱۰ درجه کاهش می‌یابد، ثابت می‌ماند. (۴)

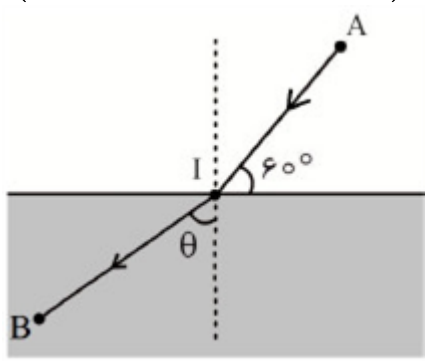
آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۹۹-۰۰



۱۳

در شکل مقابل پرتو نوری از نقطه A در محیطی به ضریب شکست $n_1 = 2$ به نقطه B در محیط دوم به ضریب شکست n_2 می‌رسد. اگر $\overline{AI} = 2/4m$ و $\overline{IB} = 3/6m$ باشد، زمان رسیدن نور از A تا B چند نانوثانیه است؟

$(\sin \theta = \frac{2}{3}, c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s})$



۳۴ (۴)

۱۸ (۳)

۳۶ (۲)

۱۶ (۱)

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۹۹-۰۰

۱۴

در یک آینه‌ی محدب، فاصله‌ی جسم تا تصویر ۳۰ cm است. اگر طول تصویر $\frac{1}{3}$ طول جسم باشد، فاصله‌ی جسم تا مرکز آینه چند سانتی‌متر است؟

۴۰ (۴)

۴۵ (۳)

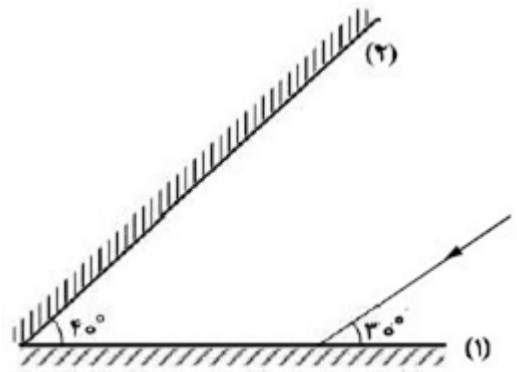
۲۰ (۲)

۲۲/۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۵

مطابق شکل زیر، پرتو نوری به آینه‌ی ۱ می‌تابد و پس از بازتاب به آینه‌ی ۲ می‌تابد و در ادامه‌ی مسیرش دوباره از آینه‌ی ۲ بازتاب می‌شود. زاویه‌ی بازتاب آینه‌ی ۲ در دومین بازتاب چند درجه است؟



۳۰ (۴)

۴۰ (۳)

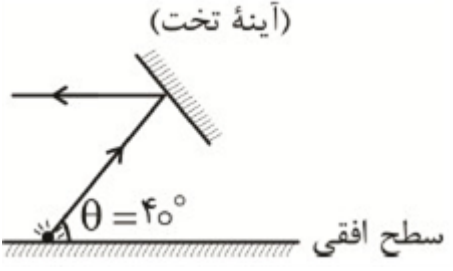
۵۰ (۲)

۶۰ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۶

پرتو بازتابش در شکل داده شده موازی سطح افقی است. اگر θ را 5° کاهش دهیم، زاویه‌ی بازتابش از سطح آینه‌ی تخت داده شده چند درجه خواهد شد؟



۲۵ (۴)

۲۰ (۳)

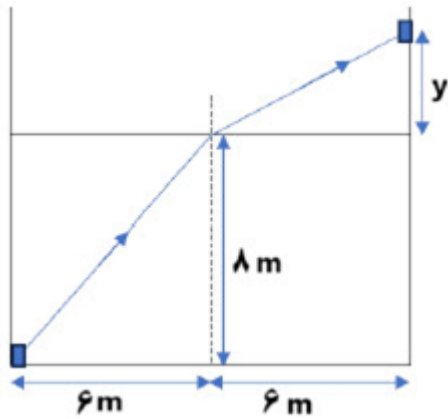
۱۵ (۲)

۷/۵ (۱)

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴



۱۷ برای کنترل عمق آب در یک استخر، باید وقتی سطح آب به $8m$ می‌رسد، نور لیزر مطابق شکل به LDR بتابد و دستگاه هشداردهنده را فعال کند. LDR در چه فاصله عمودی از سطح آب باید بر روی دیوار نصب شود؟ $(n_{\text{آب}} = \frac{4}{3})$



۶ (۴)

۴/۵ (۳)

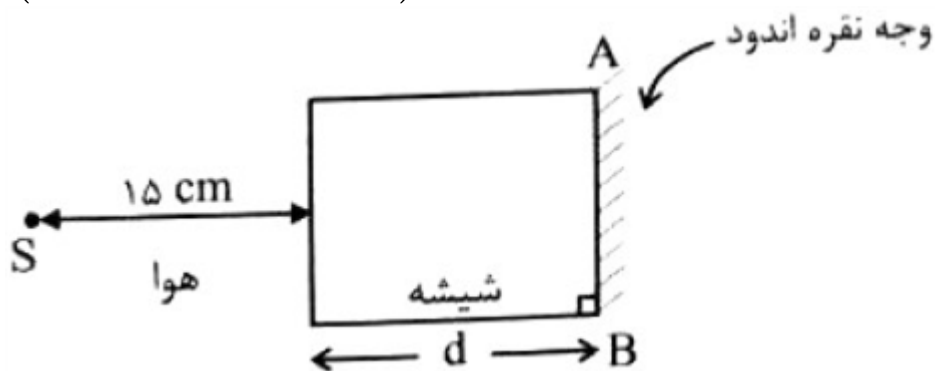
۴ (۲)

۳ (۱)

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴

۱۸ وجه AB از یک تیغه شیشه‌ای به ضخامت d مانند شکل زیر نقره اندود (آینه) شده است. از نقطه S پرتو نوری به طور عمود بر تیغه تابیده می‌شود و پس از طی نمودن ضخامت تیغه از وجه AB باز می‌تابد و مجدداً به نقطه S می‌رسد. اگر زمان حرکت نور از نقطه S تا برگشت به نقطه S، 5 ns باشد، ضخامت شیشه d چند سانتی‌متر است؟

$$\left(n_{\text{شیشه}} = \frac{3}{2}, c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s} \right)$$



۴۰ (۴)

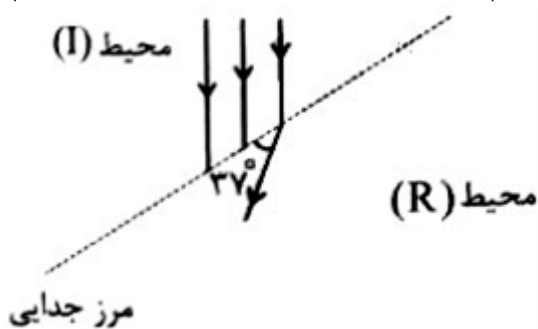
۳۰ (۳)

۲۰ (۲)

۱۰ (۱)

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱۹ شکل جبهه موجی را نشان می‌دهد که از محیط I وارد محیط R می‌شوند. نسبت تندی انتشار موج در محیط R به تندی انتشار آن در محیط I و نسبت بسامد موج در محیط R به محیط I، به ترتیب کدام است؟ $(\cos 37^\circ = 0/8, \cos 53^\circ = 0/6)$



$\frac{4}{3}, \frac{4}{3}$ (۴)

$1, \frac{4}{3}$ (۳)

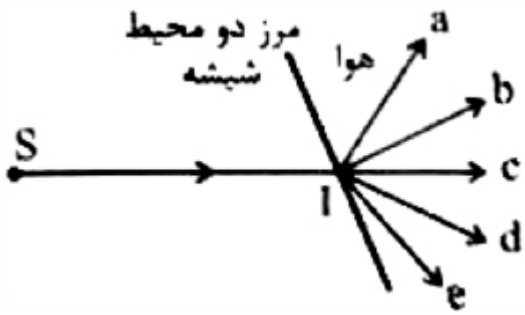
$\frac{3}{4}, \frac{3}{4}$ (۲)

$1, \frac{3}{4}$ (۱)

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴

۲۰

در شکل مقابل پرتوی SI شامل دو پرتوی قرمز و آبی از شیشه وارد هوا می‌شود. کدام پرتوی شکست، نور قرمز است؟



- a (۱)
- b (۲)
- d (۳)
- e (۴)

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۲۱

شخصی در مقابل یک رشته پلکان بسیار بلند با تعداد پله‌های زیاد که همگی به عرض ۳۵ cm هستند ایستاده است. این شخص یک بار کف دستان خود را به هم می‌زند. مجموعه پژواک‌های صدای دست شخص با چه بسامدی به گوش شخص می‌رسد؟ (تندی انتشار صوت در محیط $\frac{329}{s} m$ است.)



- ۳۵۰ (۱)
- ۴۷۰ (۲)
- ۵۶۰ (۳)
- ۹۴۰ (۴)

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۲۲

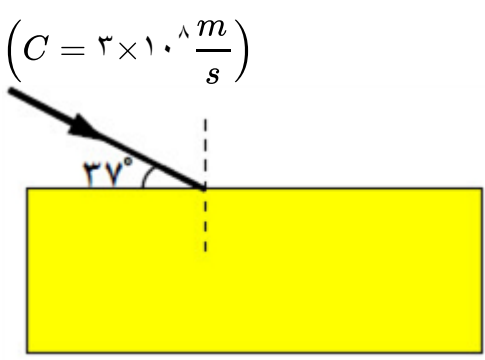
اگر صوت پس از بازتاب، به گوش شنونده‌ای برسد که صوت اولیه را می‌شنود، به‌چنین بازتابی پژواک می‌گوییم.

- (۱) با یک تأخیر زمانی - غیرمستقیم
- (۲) بدون تأخیر - مستقیماً
- (۳) با یک تأخیر زمانی - مستقیماً
- (۴) بدون تأخیر - غیرمستقیم

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

۲۳

در شکل مقابل، پرتوی نور تک‌رنگی از هوا وارد تیغه شیشه‌ای متوازی‌السطوحی به ضخامت ۷۲ cm و ضریب شکست $\frac{4}{3}$ می‌تابد. چند نانو ثانیه طول می‌کشد تا این پرتو از تیغه خارج شود؟



$$\left(C = 3 \times 10^8 \frac{m}{s} \right)$$

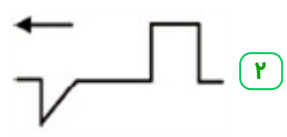
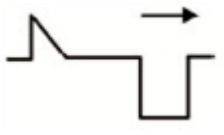
- ۰ / ۲ (۱)
- ۲ (۲)
- ۰ / ۴ (۳)
- ۴ (۴)

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰



۲۴

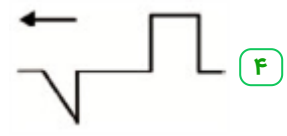
با تداخل کدام تپ با تپ ارسالی مقابل، در یک لحظه تمام نقاط می‌توانند تداخلی ویرانگر را تجربه کنند؟



۲



۱



۴

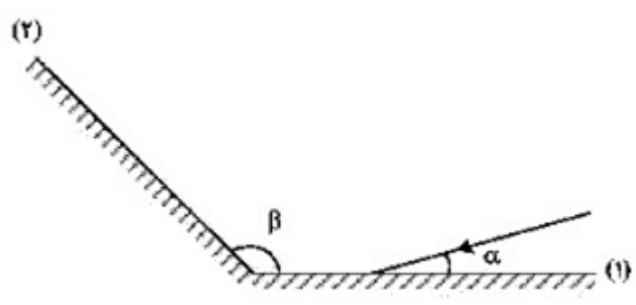


۳

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۹۹-۰۰

۲۵

مطابق شکل زیر، پرتوی نوری تحت زاویه α به آینه‌ی ۱ می‌تابد و پس از بازتاب به آینه‌ی ۲ می‌تابد. پرتو بازتابیده از آینه‌ی ۲ چه زاویه‌ای با سطح آن آینه می‌سازد؟



$\pi - (\alpha + \beta)$ ۴

$\pi - (\beta - \alpha)$ ۳

$\beta - \alpha$ ۲

$\pi - \beta$ ۱

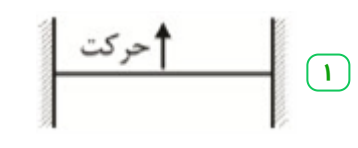
کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲۶

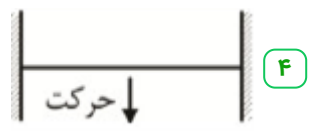
تاری مرتعش به جرم $80g$ به طول $60cm$ تحت کشش نیروی $19/2N$ قرار داشته و تصویر آن در لحظه $t = 0$ مطابق شکل داده شده است. کدام گزینه تصویر این تار را در لحظه $t = 75ms$ به درستی نشان می‌دهد؟



۲



۱



۴



۳

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴

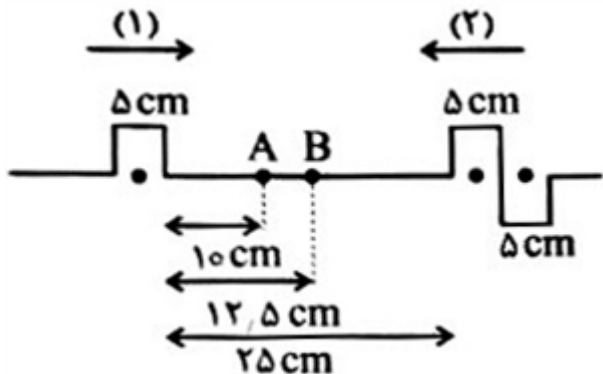


کدام عبارتهای زیر درست است؟

الف) در شکل مقابل تپها با تندی $\frac{5 \text{ cm}}{s}$ به طرف یکدیگر حرکت می‌کند. در نقطه A تداخل سازنده و در نقطه B تداخل ویرانگر رخ می‌دهد.

ب) در آزمایش تداخل صوتی شکل مقابل با حرکت روی خط d ، بلندی صدا در مکان‌هایی کم و زیاد می‌شود. اگر بسامد صوت را زیاد کنیم، فاصله این مکان‌ها کم می‌شود.

پ) اگر آزمایش یانگ را، به جای نور قرمز با نور آبی انجام دهیم، پهنای نوارهای روشن کمتر می‌شود.
ت) اگر آزمایش یانگ را از هوا داخل آب ببریم و انجام دهیم، پهنای نوارهای تداخلی کمتر می‌شود.



۴) ب، ت

۳) ب، پ، ت

۲) الف، ب، ت

۱) الف، پ، ت

آزمون‌های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

یک انتهای باز یک لوله صوتی دو سر باز به طول 120 cm را در داخل آب قرار داده‌ایم و هوای داخل آن با دیپازونی به بسامد 640 Hz تشدید شده است. لوله را به تدریج از آب خارج می‌کنیم. در این حالت تفاضل آخرین بسامد تشدید از اولین بسامد تشدید چند هرتز است؟
 $V = 330 \frac{m}{s}$ صوت در هوای لوله

۴) ۵۵۰

۳)

۲)

۱)

آزمون‌های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

اگر نیروی کشش وارد بر تار 800 N باشد، بسامد هماهنگ چهارم تار پیانویی به طول 1 m و جرم 16 g چند هرتز است؟

۴) $200\sqrt{5}$

۳) ۲۰۰

۲) ۴۰۰

۱) $400\sqrt{5}$

آزمون‌های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

در یک تار مرتعش، موج ایستاده ایجاد شده است. اگر بسامد این موج 400 هرتز و سرعت انتشار موج در تار $160 \frac{m}{s}$ باشد، فاصله‌ی بین دو گره متوالی در این تار چند سانتی‌متر است؟

۴) ۴۰

۳) ۳۰

۲) ۲۰

۱) ۱۰

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

سیم‌ی به طول 48 cm و جرم 36 g بین دو نقطه با نیروی 2430 N کشیده شده است. در این سیم دو انتها بسته موجی ایستاده تشکیل می‌شود که در آن پنج گره وجود دارد. بسامد تشدید شده توسط سیم چند هرتز است؟

۴) ۱۸۷۵

۳) ۳۷۵

۲) ۷۵۰

۱) $937/5$

آزمون‌های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۳۹۹-۰۰

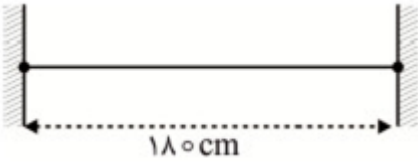


۲۲ در یک تار کشیده شده با دو انتهای بسته به طول L ، امواجی ایستاده تشکیل می‌دهیم. دو بسامد متوالی این تار 360 Hz و 480 Hz و اختلاف اندازه طول موج‌های ایجاد شده در تار در این دو هماهنگ متوالی 8 cm است. طول این تار (L) چند سانتی‌متر است؟

- ۱) ۷۲ ۲) ۴۸ ۳) ۳۶ ۴) ۲۴

آزمون‌های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۹۹-۰۰

۲۳ دو انتهای تاری به طول 180 cm محکم بسته شده است و در آن موج‌های ایستاده تشکیل می‌شود. اگر اختلاف طول موج دو هماهنگ متوالی 12 cm باشد، طول موج موج ایستاده با شماره هماهنگ کوچک‌تر چند سانتی‌متر است؟



- ۱) ۷۲ ۲) ۳۶ ۳) ۶۰ ۴) ۳۰

آزمون‌های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۹۹-۰۰

۲۴ در آزمایش یانگ، فاصله دو نوار تاریک متوالی 0.24 mm است. با در نظر گرفتن یک نوار روشن معین، فاصله وسط سومین نوار تاریک تا وسط دومین نوار روشن واقع در دو طرف این نوار روشن معین، چند میلی‌متر است؟

- ۱) $1/0.8$ ۲) $2/16$ ۳) $2/4$ ۴) $1/2$

آزمون‌های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۹۹-۰۰

۲۵ در آزمایش یانگ با به کارگیری نوری جدید که بسامد آن $\frac{3}{4}$ برابر نور اول است، ضخامت نوارهای تداخلی ایجاد شده 0.6 mm تغییر می‌کند. فاصله بین مرکزهای سه نوار روشن متوالی در حالت جدید چند میلی‌متر است؟

- ۱) $9/6$ ۲) $7/2$ ۳) $5/4$ ۴) ۸

آزمون‌های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۹۹-۰۰

۲۶ یک تار دو انتها بسته به طول 40 cm و جرم 100 g با نیروی 16 N کشیده می‌شود. اگر این تار را با بسامد 88 Hz به نوسان درآوریم، در آن موج ایستاده تشکیل نمی‌شود. کمترین مقدار تغییر بسامد نوسان‌کننده چند هرتز و چگونه باشد تا در تار، امواج ایستاده تشکیل شود؟

- ۱) ۸ و کاهش ۲) ۲ و افزایش ۳) ۸ و افزایش ۴) ۲ و کاهش

آزمون‌های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴

۲۷ بسامد هماهنگ پنجم تار دو سر بسته‌ای با نیروی کشش F برابر 600 هرتز است. بسامد صوت اصلی این تار با نیروی کشش $4F$ چند هرتز است؟

- ۱) ۱۲۰ ۲) ۲۴۰ ۳) ۴۸۰ ۴) ۶۰۰

آزمون‌های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴

۲۸ سیمی به طول 1 m و جرم 20 g را با نیروی 200 N می‌کشیم. بسامد هماهنگ دوم طناب چند Hz است؟

- ۱) ۵۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۱۵۰ ۴) ۲۰۰

آزمون‌های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳



۳۹ آزمایش یانگ را با نور قرمز با طول موج $\lambda_R = 720 \text{ nm}$ در هوا انجام می‌دهیم. پهنای نوارهای روشن تشکیل شده روی دیوار W_1 می‌شود. اگر آزمایش یانگ را به جای نور قرمز با نور آبی $\lambda_B = 450 \text{ nm}$ و در آب به ضریب شکست $n = \frac{5}{4}$ انجام دهیم، پهنای نوارها W_2 می‌شود. کدام است؟ $\frac{W_2}{W_1}$

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

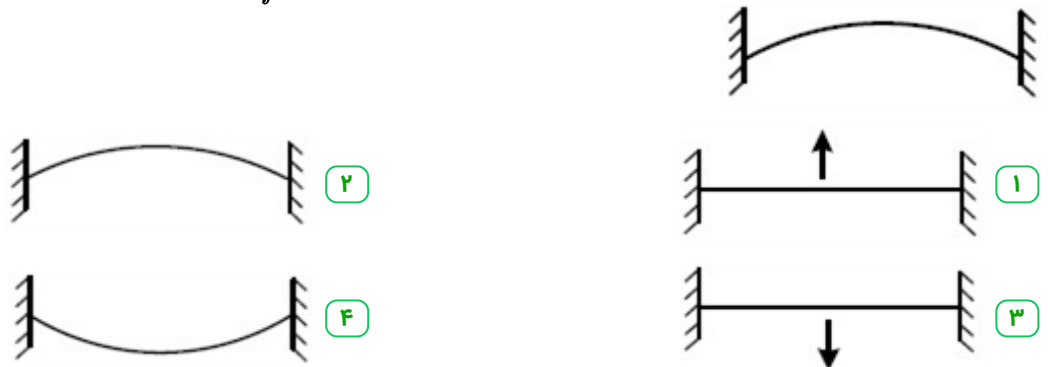
۴۰ موج ایستاده‌ای در یک تار ایجاد می‌شود، در مکان شکم‌ها، موج رونده و موج برگشتی در مقایسه با هم، چگونه‌اند؟

۱ در هر دوره چهار بار هم‌فازند. ۲ در هر دوره دو بار ناهم‌فازند.

۳ همواره در فاز مخالف‌اند. ۴ همواره هم‌فازند.

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۴۱ تاری که بین دو تکیه‌گاه محکم شده است، در هماهنگ اول با بسامد f به نوسان درمی‌آید. شکل زیر تار را در لحظه $t = 0 \text{ s}$ نشان می‌دهد. کدام شکل نشان‌دهنده حرکت تار در لحظه $t = \frac{7}{4f}$ است؟



کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۴۲ طول یکی از تارهای پیانو $1/2 \text{ m}$ است. این تار با بسامد 600 Hz در ارتعاش بود و در طول تار 5 گرم به وجود آمده است. تندی انتشار امواج عرضی در تار چند متر بر ثانیه است؟

- ۱ (۱) ۹۰ ۲ (۲) ۲۸۸ ۳ (۳) ۳۶۰ ۴ (۴) ۴۵۰

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

۴۳ دو بسامد تشدید متوالی یک تار دو انتها ثابت، 240 هرتز و 280 هرتز است. کدام بسامد برحسب هرتز، از بسامدهای تشدید این تار نیست؟

- ۱ (۱) ۶۰ ۲ (۲) ۸۰ ۳ (۳) ۱۶۰ ۴ (۴) ۳۲۰

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۴۴ کدام گزینه در مورد امواج ایستاده روی یک طناب، درست است؟

- ۱ نقاط بین دو شکم متوالی ممکن است هم‌جهت یا خلاف جهت هم ارتعاش کنند.
- ۲ نقاط بین دو شکم متوالی الزاماً خلاف جهت هم ارتعاش می‌کنند.
- ۳ نقاط بین دو شکم متوالی الزاماً هم‌جهت با هم ارتعاش می‌کنند.
- ۴ مکان گره‌ها بعد از یک چهارم دوره پیشینه می‌شود.

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰



جرم یک سیم پیانو به طول 40 cm برابر 8 g و نیروی کشش آن 128 N است. این سیم به گونه‌ای به نوسان درمی‌آید که بر روی آن امواج ایستاده تشکیل شده است. بسامد صوت ایجاد شده در سیم را حداقل چند هرتز افزایش دهیم تا بار دیگر امواج ایستاده در آن تشکیل شود؟

- ۱) ۵۰ ۲) ۷۵ ۳) ۱۰۰ ۴) ۱۵۰

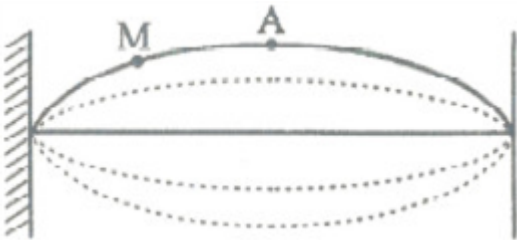
آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

۴۶) فنی به جرم 800 g و طول 5 m با نیروی 8 N می‌کشیم. تندی انتشار موج این فنر چند متر بر ثانیه است؟

- ۱) $8/0.4$ ۲) $7/0.7$ ۳) $4/0.8$ ۴) $3/0.6$

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

۴۷) در یک طناب موج ایستاده‌ای مطابق شکل مقابل است. کدام گزینه برای دو نقطه A و M درست بیان شده است؟



- ۱) سرعت در A در هنگام عبور از وضع تعادل کمتر از سرعت در M در هنگام عبور از وضع تعادل است.
 ۲) دامنه نوسان هر دو نقطه یکسان است.
 ۳) دو نقطه A و M با یکدیگر اختلاف فاز دارند.
 ۴) سرعت در A در هنگام عبور از وضع تعادل بیش از سرعت در M در هنگام عبور از وضع تعادل است.

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

۴۸) کدام گزینه در یک موج ایستاده درست است؟

- ۱) فاصله بین دو شکم متوالی $\frac{\lambda}{4}$ است.
 ۲) فاصله بین دو شکم متوالی $\frac{\lambda}{2}$ است.
 ۳) فاصله بین دو گره متوالی $\frac{\lambda}{4}$ است.
 ۴) فاصله هر گره تا اولین شکم $\frac{\lambda}{2}$ است.

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

۴۹) بسامد دو صوت متوالی یک تار مرتعش 250 Hz و 300 Hz است. بسامد ارتعاشی این تار چند هرتز باشد تا روی آن ۴ گره تشکیل شود؟

- ۱) ۱۵۰ ۲) ۲۰۰ ۳) ۴۰۰ ۴) ۵۰۰

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

۵۰) رشته‌ای از بسامدهای متوالی تشدید یک تار دو انتها بسته به طول 50 cm عبارت‌اند از: 150 Hz ، 225 Hz و 300 Hz ، تندی انتشار موج در تار چند متر بر ثانیه است؟

- ۱) ۷۵ ۲) ۱۵۰ ۳) ۲۰۰ ۴) ۳۰۰

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۵۱) اگر مجموع ضرایب خارج قسمت تقسیم $P(x) = 4x^y + 2x^5 - ax$ بر $x + 1$ برابر ۶ باشد، آنگاه باقی‌مانده تقسیم $P(x)$ بر $x^2 - 1$ کدام است؟

- ۱) $x(x + 2)$ ۲) $2x(x + 1)$ ۳) $2x(x + 2)$ ۴) $x(x - 1)$

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳



۵۲ تابع $f(x) = |x - ۳|(x - ۱)$ در یک بازه اکیداً نزولی است، وارون تابع در این بازه کدام است؟

۲ $۲ + \sqrt{۱ - x}; ۰ \leq x \leq ۱$

۱ $۲ + \sqrt{۱ - x}; x \leq ۱$

۴ $۲ - \sqrt{۱ - x}; ۰ \leq x \leq ۱$

۳ $۲ - \sqrt{۱ - x}; x \leq ۱$

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴

۵۳ تابع \sqrt{x} را نسبت به خط $x = ۱$ قرینه می‌کنیم و با تابع $y = ۴ + x$ قطع می‌دهیم. فاصله نقطه برخورد تا مبدأ مختصات چقدر است؟

۴ $\sqrt{۶}$

۳ ۷

۲ $۲\sqrt{۲}$

۱ $\sqrt{۵}$

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴

۵۴ بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع $f(x) = |x| + |x - ۲| - ۲x$ اکیداً نزولی باشد، کدام است؟

۴ $(-\infty, ۳]$

۳ $[۰, ۲)$

۲ $[۰, +\infty)$

۱ $(-\infty, ۲]$

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴

۵۵ اگر $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & x > ۰ \\ x^۲ & x \leq ۰ \end{cases}$ باشد، مجموعه جواب نامعادله $(f \circ f)(x) \geq (f \circ f^{-1})(x)$ شامل چند عدد صحیح است؟

۴ ۴

۳ ۳

۲ ۲

۱ ۱

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۵۶ تابع $f(x) = \frac{۲}{ax - ۴}$ با دامنه $R - \{۲\}$ مفروض است. اگر توابع $y = f(x - ۱)$ و $g(x) = \frac{x + p}{x^۲ + mx + n}$ برابر باشند، حاصل $m - n + p$ کدام است؟

۴ -۱۲

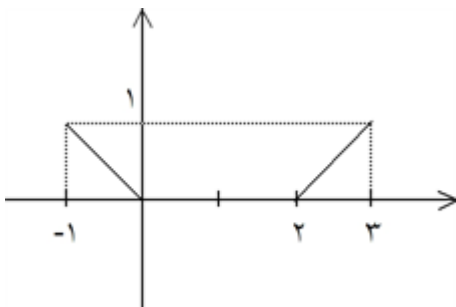
۳ -۱۴

۲ -۱۰

۱ -۱۸

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۵۷ نمودار تابع $y = f(x)$ به شکل مقابل است. با فرض $k < ۰$ مجموع ریشه‌های معادله $kf\left(\frac{x}{k}\right) = ۴k + ۱$ برابر ۳- است. مقدار $f(|k| + ۱)$ کدام است؟



۴ ۱

۳ $\frac{۱}{۲}$

۲ $\frac{۱}{۳}$

۱ $\frac{۱}{۴}$

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳



۵۸ اگر دامنه و برد تابع $y = 2f(x-1) - 3$ به ترتیب $[3, 5]$ و $[-1, 3]$ باشد، آنگاه اجتماع بزرگ‌ترین مجموعه‌های دامنه و برد تابع $y = -3 - 2f\left(1 - \frac{x}{2}\right)$ چند عضو صحیح دارد؟

۹ (۴)

۱۰ (۳)

۱۱ (۲)

۱۲ (۱)

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

۵۹ باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x-1$ و $x+2$ به ترتیب برابر ۴ و ۷ است. باقی‌مانده تقسیم $f(x-1)$ بر $x^2 - x - 2$ کدام است؟

۶ - x (۴)

۶ - 2x (۳)

۵ - x (۲)

۵ - 2x (۱)

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

۶۰ تابع $y = 2^{x+|x|}$ را ۳ واحد در امتداد محور x ها در جهت منفی و سپس در امتداد محور y ها ۲ واحد در جهت منفی انتقال می‌دهیم. منحنی حاصل، محور x ها را با کدام طول، قطع می‌کند؟

$\frac{7}{2}$ (۴)

$\frac{5}{2}$ (۳)

$-\frac{3}{2}$ (۲)

$-\frac{5}{2}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۶۱ اگر باقی‌مانده تقسیم $f(x)$ بر $x-2$ و $x+3$ به ترتیب ۳- و ۲ باشد، باقی‌مانده تقسیم $(f \circ f)(x)$ بر $x^2 + x - 6$ کدام است؟

۱ - x (۴)

x - 1 (۳)

x + 1 (۲)

x (۱)

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

۶۲ اگر $p(x)$ یک چندجمله‌ای و $(x-2)p(x) = x^3 - 8x + a$ باشد، آنگاه باقی‌مانده‌ی تقسیم $p(x)$ بر $x-2$ کدام است؟

-۴ (۴)

-۲ (۳)

۲ (۲)

۴ (۱)

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۹۹-۰۰

۶۳ اگر f تابعی نزولی با دامنه R باشد، دامنه‌ی تابع $g(x) = \sqrt{f(|2x|) - f(|x+3|)}$ شامل چند عدد صحیح است؟

۳ (۴)

۴ (۳)

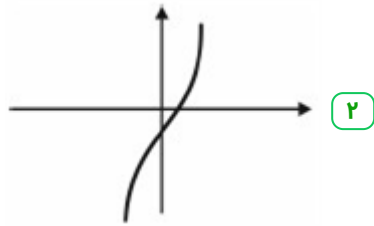
۵ (۲)

۶ (۱)

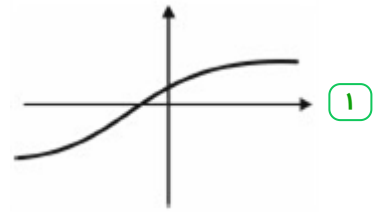
آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۹۹-۰۰



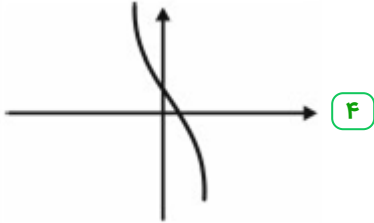
۶۴ بخشی از نمودار تابع وارون تابع $f(x) = (x - 1)^2 + (x - 1)$ به کدام صورت است؟



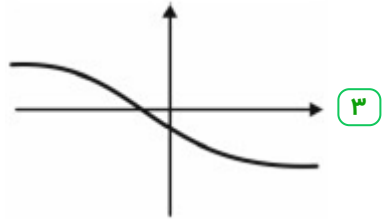
۲



۱



۴



۳

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۹۹-۰۰

۶۵ به ازای کدام مجموعه مقادیر a نمودار تابع $f(x) = ax^2 + (a + 3)x - 1$ محور x ها را در دو نقطه به طول های منفی قطع می کند؟

۴ $-3 < a < 0$

۳ $a > -1$

۲ $a < -3$

۱ $a < -9$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۶۶ تابع $f(x) = x^2 + x - 6$ را چند واحد به سمت چپ منتقل کنیم تا طول دو نقطه برخورد آن با $y = |x|$ نامثبت باشد؟

۴

۳

۲

۱

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴

۶۷ به ازای چند مقدار طبیعی از m ، تابع $f = \{(-1, 3m - 2), (2, 25), (1, 4m + 13), (0, 10 - m)\}$ صعودی است؟

۴

۳

۲

۱

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۶۸ مقدار خارج قسمت تقسیم $15x^6 - 15x^5 - 21x^4 - 2x^3 - 15x^2 - 15x - 21$ بر $x - 2$ ، به ازای $x = 1$ کدام است؟

۴ ۶۳

۳ ۳۷

۲ -۳۷

۱ -۶۳

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۹۹-۰۰

۶۹ حاصل عبارت $\frac{x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1}{(x + 1)(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)}$ به ازای $x = \sqrt{\sqrt{2} - 1}$ کدام است؟

۴ $2\sqrt{2}$

۳

۲ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱ $\frac{\sqrt{2}}{4}$

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۹۹-۰۰

۷۰ اگر باقیمانده تقسیم چند جمله ای از درجه ۳ بر $x - 1$ ، $x - 2$ و $x - 3$ برابر ۵ و باقیمانده تقسیم بر $x - 4$ برابر ۷- باشد، باقیمانده تقسیم آن بر $x + 2$ کدام است؟

۴ ۱۲۵

۳ ۱۲۰

۲ ۱۱۵

۱ ۱۱۰

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۹۹-۰۰



۷۱) تابع $f(x) = (x+1)\sqrt{x^2 - 6x + 9}$ در بازه‌ای اکیداً نزولی است. اگر دامنه‌ی تابع $y = f^{-1}(x)$ در این بازه به صورت $[a, b]$ باشد، بیش‌ترین مقدار $b - a$ کدام است؟

- ۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

آزمون‌های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۹۹-۰۰

۷۲) اگر $f(x) = ax + 7x + 5$ یک تابع ثابت باشد، اندازه‌ی بزرگ‌ترین بازه‌ای که در آن تابع $g(x) = |x - a| - |x + a - 1|$ صعودی اکید است، کدام است؟

- ۱۲ (۴) ۱۳ (۳) ۱۴ (۲) ۱۵ (۱)

آزمون‌های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۹۹-۰۰

۷۳) چندجمله‌ای $x^n - x - x^{n-1} + 1$ ، $(n \in \mathbb{N})$ بر کدام عبارت همواره بخش‌پذیر است؟

- $x^2 - 2x + 1$ (۴) $x^2 + 2x + 1$ (۳) $x^2 - 1$ (۲) $x^2 + 1$ (۱)

آزمون‌های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۹۹-۰۰

۷۴) تابع با ضابطه‌ی $f(x) = |x + 1| - |x - 2|$ ، در کدام بازه، اکیداً صعودی است؟

- $(2, +\infty)$ (۴) $(-1, 2)$ (۳) $(-1, +\infty)$ (۲) $(-\infty, 2)$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۷۵) به ازای کدام مجموعه مقادیر a ، هر نقطه از نمودار تابع $f(x) = (a - 1)x^2 + 2\sqrt{2}x + a$ در بالای محور x ها است؟

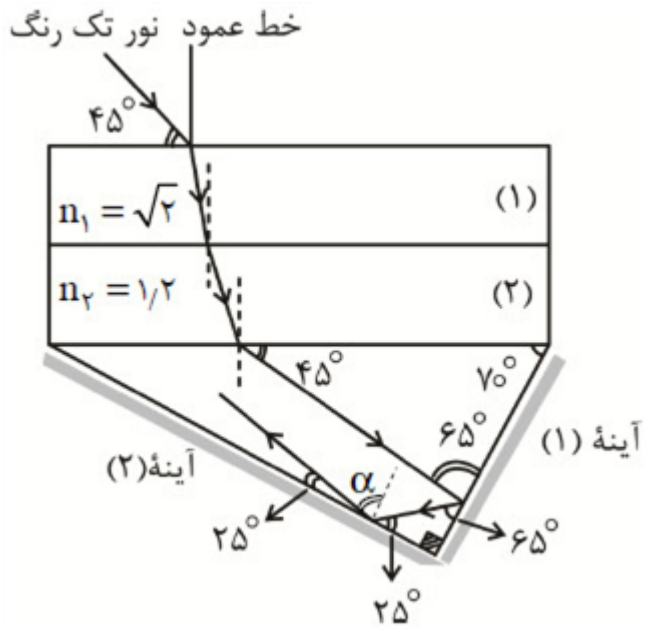
- $1 < a < 2$ (۴) $a > 2$ (۳) $a > 1$ (۲) $a < -1$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی



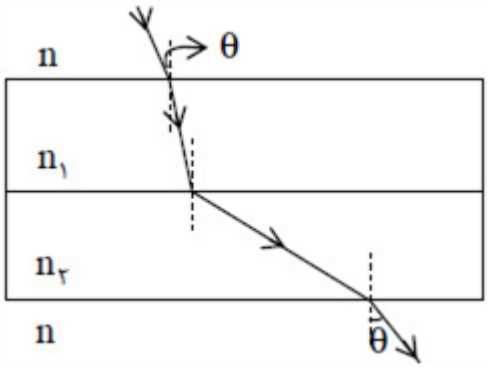
پاسخنامه تشریحی

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱

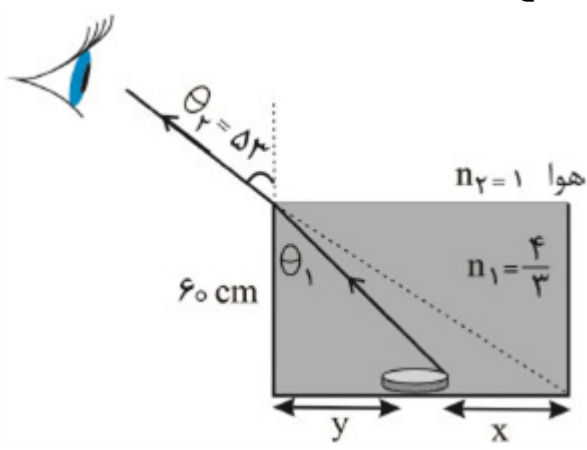


$$\alpha = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$$

نکته: می‌توان بدون در نظر گرفتن ضریب شکست تیغه‌های متوازی‌السطوح آن‌ها را حذف نمود. به شرط آنکه محیط پیرامون تیغه‌های متوازی‌السطوح یکسان باشد.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲



$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{\sin 52^\circ}{\sin \theta_1} = \frac{4/3}{1} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \sin \theta_1 = 0.75 \Rightarrow \theta_1 = 48.5^\circ$$

$$\frac{y}{60} = \frac{4}{3} \Rightarrow y = 80 \text{ cm}$$

$$\frac{y+x}{60} = \frac{4}{3} \Rightarrow x = 20 \text{ cm}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} \Rightarrow v_2 = v_1 \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} \Rightarrow v_2 = (3 \times 10^8) \left(\frac{\sin 37^\circ}{\sin 53^\circ} \right) = 3 \times 10^8 \times \frac{0.6}{0.8}$$

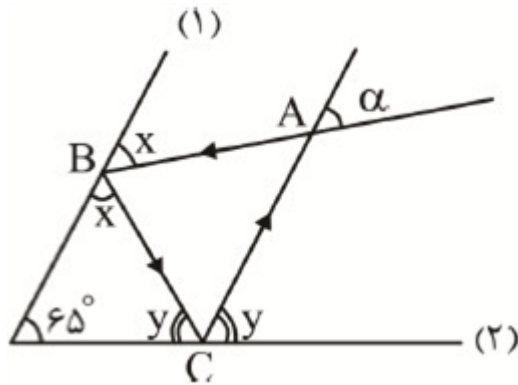
$$\Rightarrow v_2 = 2.25 \times 10^8$$

$$\frac{v_3}{v_1} = \frac{\sin \theta_3}{\sin \theta_1} \Rightarrow v_3 = v_1 \frac{\sin \theta_3}{\sin \theta_1} \Rightarrow v_3 = (3 \times 10^8) \left(\frac{\sin 30^\circ}{\sin 53^\circ} \right) = 3 \times 10^8 \times \frac{0.5}{0.8}$$

$$\Rightarrow v_3 = 1.875 \times 10^8$$

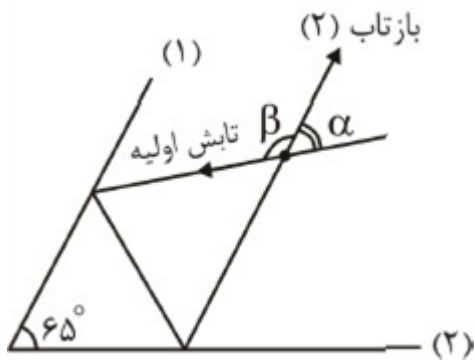
$$\Delta v = v_2 - v_3 = (2.25 - 1.875) \times 10^8 = 0.375 \times 10^8$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۴



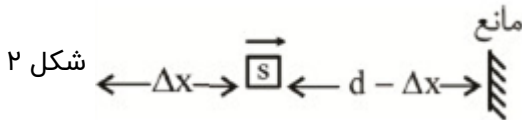
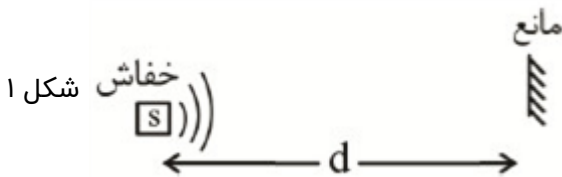
$$\begin{aligned} \triangle ABC: \alpha + (180^\circ - 2x) + (180^\circ - 2y) &= 180^\circ \\ \alpha &= 2(x + y) - 180^\circ \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \text{از طرفی: } x + y + 65^\circ = 180^\circ \Rightarrow x + y = 115^\circ \\ \Rightarrow \alpha = 2(115^\circ) - 180^\circ = 230^\circ - 180^\circ = 50^\circ \end{array} \right\}$$

به روش ساده زاویه بین تابش اولیه و بازتاب دوم در مجموعه ۲ آینه تخت ۲ برابر زاویه حاد آینه‌ها است:



$$\beta = 2 \times 65^\circ = 130^\circ \Rightarrow \alpha = 180^\circ - \beta = 50^\circ$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. خفاش در لحظه ۰ که فراسوت را ارسال می‌کند، در فاصله d از مانع و مطابق شکل در لحظه ۰/۸s در فاصله d - Δx است: ۵



بنابراین در مدت ۰/۸s فراسوت با تندی ثابت v_s مسافت d تا مانع را رفته و مسافت $d - \Delta x$ را بازمی‌گردد.

$$L = v_s \Delta t$$

$$d + (d - \Delta x) = v_s \times 0.8$$

$$\text{جابه‌جایی خفاش در این مدت} = \Delta x = v \Delta t = 15 \times 0.8 = 12m$$

$$2d - 12 = 330 \times 0.8 \Rightarrow d = 138m$$



۶

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در نزدیکی سطح زمین هوا گرمتر است و چگالی آن کاهش می‌یابد و ضریب شکست آن هم کم می‌شود و در نتیجه طبق رابطه $V \propto \frac{1}{n}$ تندی افزایش می‌یابد و طبق رابطه $\frac{\lambda_r}{\lambda_i} = \frac{V_r}{V_i}$ با افزایش تندی، طول موج هم افزایش می‌یابد.

۷

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $\theta_i = 45^\circ$

$$\theta_r = 30^\circ$$

$$\theta_r = 60^\circ$$

$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_r$$

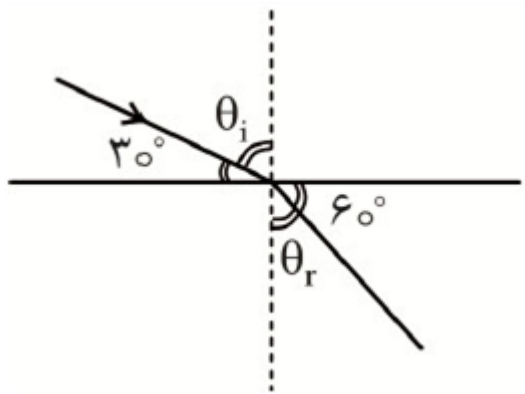
$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin \theta_r}{\sin \theta_i} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

حال نسبت سرعت‌ها:

۸

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\sin \theta_r}{\sin \theta_i} = \frac{\sin 30^\circ}{\sin 60^\circ}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\begin{cases} \theta_i = 60^\circ \\ \theta_r = 30^\circ \end{cases}$$

نکته: سرعت موج در محیط ۱ بیش‌تر است. یعنی محیط ۱ رقیق‌تر از محیط ۲ است.

$$n_1 \sin 53^\circ = n_2 \sin \theta$$

$$\sin \theta = \frac{n_1 \sin 53^\circ}{n_2} = \frac{1 \times 0.8}{1/6} = 0.5 \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

۹

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

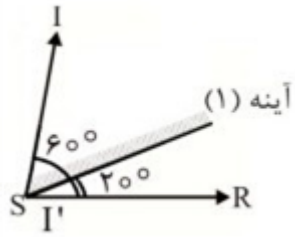
زاویه α برابر زاویه‌ی برخورد پرتو نور به سطح شیشه، یعنی همان 53° درجه است.



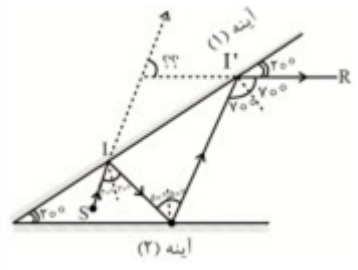
۱۰

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

به کمک هندسه مقدماتی و با توجه به برابری زاویه‌های تابش و بازتابش در هر بازتاب، پرتو نهایی از سطح آینه (۱) بازتاب و از فضای بین دو آینه خارج می‌شود. با کمی دقت متوجه می‌شویم که پرتو نهایی ($I'R$) موازی با آینه (۲) است.



با توجه به شکل مقابل، پاسخ سؤال ۸۰° است.



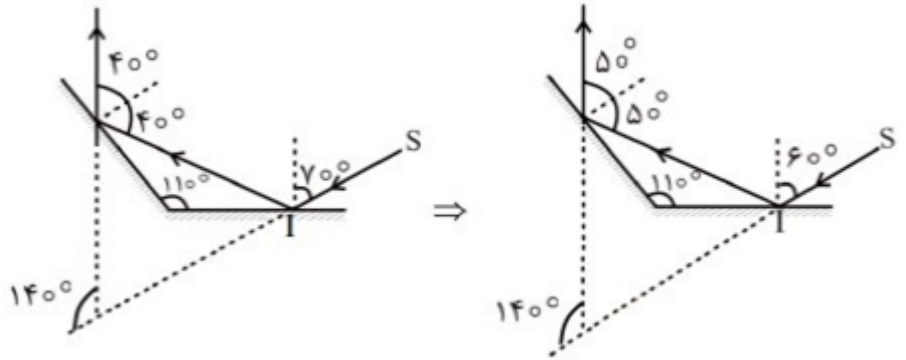
۱۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. به کمک قانون شکست عمومی، داریم:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} \rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{\sin 53^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{8}{5}$$

۱۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



۱۳

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به تعریف ضریب شکست، سرعت انتشار نور در محیط اول عبارتست از:

$$v_1 = \frac{c}{n_1} = \frac{3 \times 10^8}{2} = \frac{3}{2} \times 10^8 \frac{m}{s}$$

$$\Delta t_1 = \frac{2/4}{\frac{3}{2} \times 10^8} = 16 \text{ ns (1)}$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} \Rightarrow v_2 = \frac{2}{3} \times \frac{3}{2} \times 10^8 = 2 \times 10^8 \frac{m}{s}$$

$$\Delta t_2 = \frac{3/6}{2 \times 10^8} = 18 \text{ ns (2)}$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = 16 + 18 = 34 \text{ ns}$$

به کمک رابطه شکست عمومی، داریم:



۱۴

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$p + |q| = 30 \text{ cm}$$

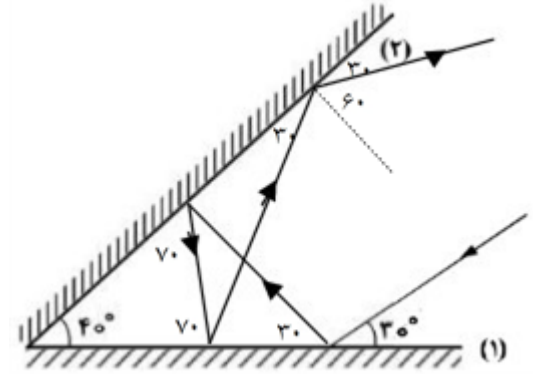
$$m = \frac{|q|}{p} = \frac{1}{3} \Rightarrow p = 3|q| \Rightarrow 4q = -30 \Rightarrow \begin{cases} q = -7.5 \text{ cm} \\ p = 22.5 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{22.5} - \frac{1}{7.5} = \frac{1}{f} \Rightarrow f = -11.25 \text{ cm} \Rightarrow R = -22.5 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \text{فاصله جسم تا مرکز آینه} = p + |R| = 22.5 + |-22.5| = 45 \text{ cm}$$

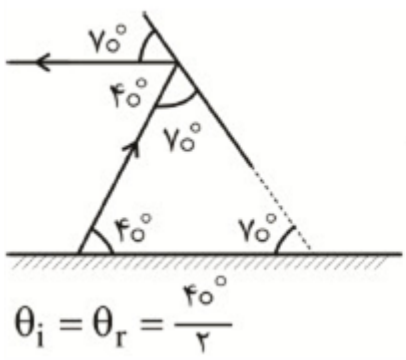
۱۵

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به قوانین بازتاب و رسم پرتوهای عمود

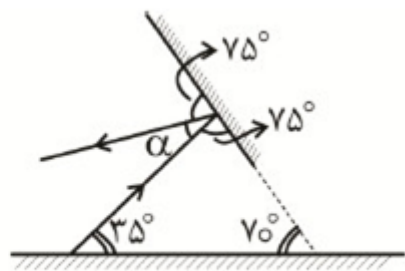


۱۶

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. گام اول: زاویه آینه با سطح افقی را می‌یابیم:



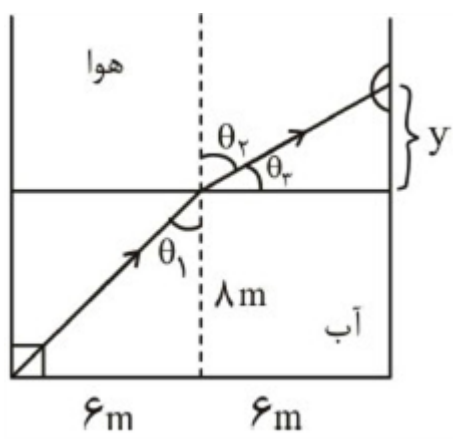
$$\theta_i = \theta_r = \frac{40^\circ}{2}$$



$$\alpha = 30^\circ \rightarrow \theta_r = \theta_i = \frac{\alpha}{2} = 15^\circ$$

۱۷

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$\sin \theta_1 = 0.8$$

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\Rightarrow \frac{0.8}{\sin \theta_2} = \frac{1}{1.33} \Rightarrow \sin \theta_2 = 0.88$$

$$\Rightarrow \cos \theta_2 = 0.47$$

$$\theta_1 + \theta_2 = 90^\circ \Rightarrow \sin \theta_2 = 0.8, \cos \theta_2 = 0.6 \Rightarrow \tan \theta_2 = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{y}{6} = \frac{4}{3} \Rightarrow y = \frac{18}{3} = 6$$

$$= 4.5 \text{ m}$$



$$\Delta t = \frac{0.15 \times 2}{c} + \frac{2d}{v}, v = \frac{c}{n} \Rightarrow \Delta t = \frac{0.3}{c} + \frac{2d}{v} = \frac{0.3}{c} + \frac{2nd}{c} = \frac{0.3 + 2 \times \frac{4}{3}d}{c}$$

$$\Delta t \cdot c = 0.3 + 3d \Rightarrow 5 \times 10^{-9} \times 3 \times 10^8 = 0.3 + 3d \Rightarrow 1.5 = 0.3 + 3d \Rightarrow d = 0.4m$$

$$\Rightarrow d = 40m$$

گام ۱: زاویه جبهه موج فرودی با سطح جدایی، برابر زاویه تابش و زاویه جبهه موج شکسته شده با سطح جدایی برابر زاویه شکست است.

بنابراین زاویه برخورد جبهه موج فرودی با مرز جدایی دو محیط برابر است با:

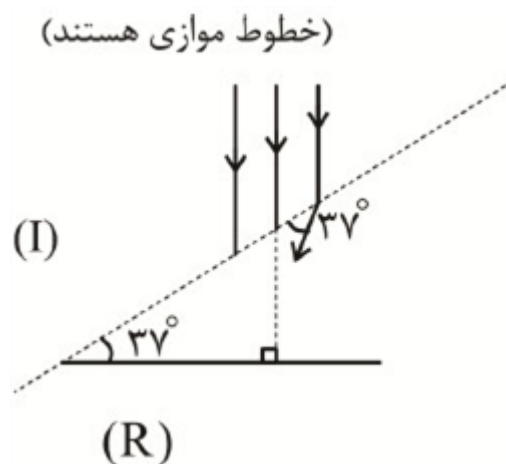
$$\alpha = 90 - 37 = 53^\circ \Rightarrow \theta_1 = \alpha = 53^\circ$$

$$\theta_2 = 37^\circ$$

گام ۲: با استفاده از قانون شکست عمومی می‌توان نوشت:

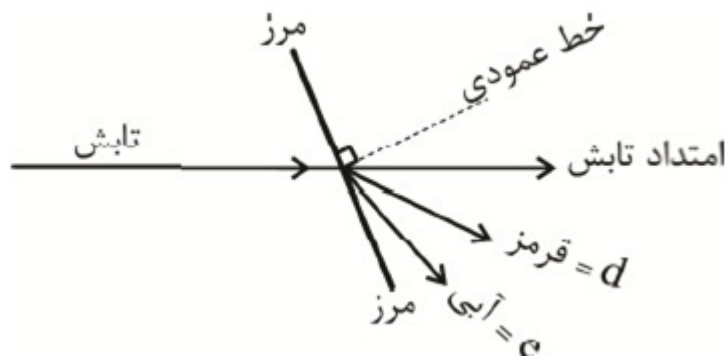
$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} \xrightarrow{\theta_2=37^\circ, \theta_1=53^\circ} \frac{v_2}{v_1} = \frac{\sin 37^\circ}{\sin 53^\circ} = \frac{0.6}{0.8} = \frac{3}{4}$$

هنگام شکست موج و تغییر محیط موج، بسامد موج تغییر نمی‌کند. ($f_1 = f_2$)

$$\frac{f_2}{f_1} = 1$$


گزینه ۳ پاسخ صحیح است. همیشه پرتوی شکست در ناحیه‌ای قرار می‌گیرد که امتداد تابش ما بین مرز و خط عمودی است.

از آنجا که پرتو وارد محیط رقیق‌تر (هوا) می‌شود به مرز نزدیک شده، اما میزان شکست و انحراف پرتوی قرمز که بسامد کمتری تا پرتوی آبی دارد، کمتر است از این رو پرتوی d ، قرمز است:



۲۱

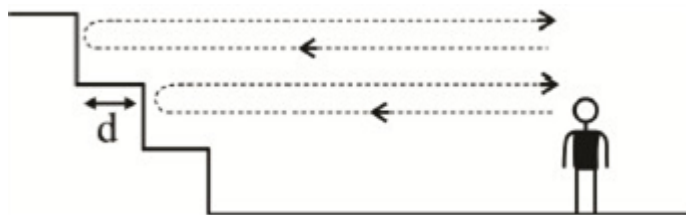
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. هر پژواک نسبت به پژواک قبلی مسافتی به اندازه ۲ برابر عرض پله را بیشتر از قبل طی می‌کند.

$$T = \frac{2d}{v}$$

$$f = \frac{v}{2d} = \frac{329}{2 \times 0.35} = \frac{329}{0.7} = 470 \text{ Hz}$$

فاصله زمانی بین دو پژواک متوالی که همان دوره پژواک‌هاست برابر است با:

از این رو بسامد پژواک‌ها $f = \frac{1}{T} = \frac{v}{2d}$ است.

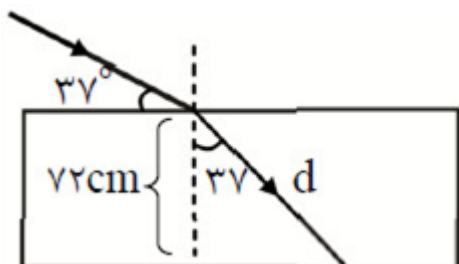


۲۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تعریف پژواک در بخش بازتاب امواج مکانیکی در کتاب درسی مطالعه شود.

۲۳

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. زاویه پرتو تابش با خط عمود 53° است:



$$1 \times \sin 53^\circ = \frac{4}{3} \times \sin r \Rightarrow r = 37^\circ$$

$$\cos 37^\circ = \frac{72}{d} = \frac{4}{3} \Rightarrow d = 90 \text{ cm} = \frac{9}{10} \text{ m}$$

$$n = \frac{c}{v} \Rightarrow v = \frac{3 \times 10^8}{\frac{4}{3}} = \frac{9}{4} \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

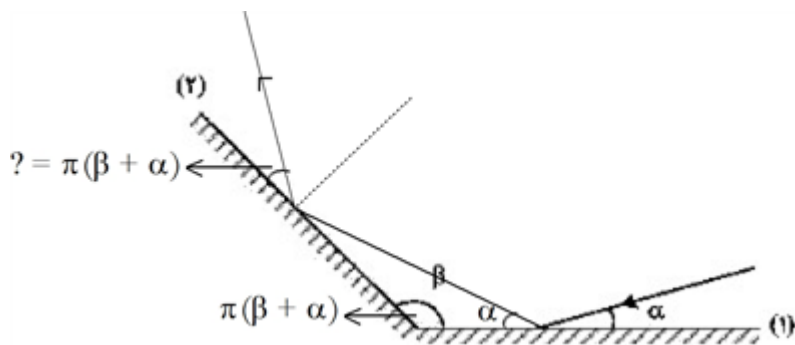
$$\Delta x = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{d}{v} = \frac{9 \times 10^{-1}}{\frac{9}{4} \times 10^8} = 4 \times 10^{-9} \text{ s} = 4 \text{ ns}$$

۲۴

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با برهم نهی تپ گزینه ۲ بر تپ تابشی، بر هم نهی در یک لحظه می‌تواند در تمام نقاط ویرانگر باشد.

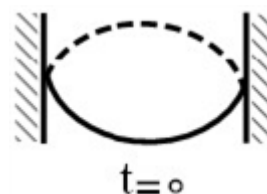
۲۵

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

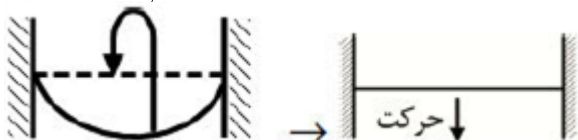


گزینه ۴ پاسخ صحیح است. گام اول: در موج ایستاده حاصل از شکل داده شده:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\lambda}{v} = 6 \cdot \text{cm} \Rightarrow \lambda = 120 \cdot \text{cm} = 1.2 \text{ m} \\ v = \sqrt{\frac{F \cdot L}{m}} = \sqrt{\frac{19.6 \times 10^4 / 6}{80 \times 10^{-3}}} = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ \lambda = vT \Rightarrow T = \frac{\lambda}{v} = \frac{1.2 \text{ m}}{12 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0.1 \text{ s} \Rightarrow T = 0.1 \text{ s} \\ t = 75 \text{ ms} \\ \frac{t}{T} = \frac{75 \times 10^{-3} \text{ s}}{0.1 \text{ s}} = \frac{75}{100} = \frac{3}{4} \Rightarrow t = \frac{3}{4} T = \frac{3}{4} T \end{array} \right.$$



گام دوم:

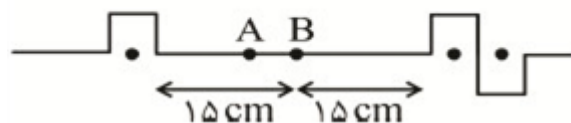


گام سوم: بنابراین گزینه ۴ درست است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

الف) نادرست است؛ زیرا فاصله مرکز تپ ۱ تا B برابر $15 = 12/5 + 2/5$ سانتی‌متر است و تپ ۱ این فاصله را در مدت $t = \frac{15}{5} = 3 \text{ s}$ طی می‌کند و با توجه به فاصله مرکز قله تپ ۲ تا B که برابر ۱۵ cm است. این فاصله هم در مدت ۳ s طی می‌شود، پس مرکز تپ ۱ و مرکز قله تپ ۲ همزمان به B می‌رسند و تداخل سازنده رخ می‌دهد. و در ادامه قله تپ ۱ با دره تپ ۲ در نقطه‌ای مانند C تداخل ویرانگر انجام می‌دهند.

(۱) → ← (۲)



ب) درست است. با افزایش بسامد صوت، طول موج کم می‌شود و فاصله بین دو تداخل سازنده متوالی یا ویرانگر، کاهش می‌یابد.

پ) درست است. پهنای نوارهای روشن یا تاریک متناسب با وارون طول موج نور است و چون طول موج نور آبی کوتاه‌تر از نور قرمز است، پهنای نوارها کم‌تر است.

ت) درست است. طول موج نور در آب کم می‌شود و در نتیجه پهنای نوارها نیز کاهش می‌یابد.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

گام ۱: در لوله‌های صوتی که یک انتهای آن‌ها در آب است، تشدید همواره در گره ایجاد می‌شود. اولین تشدید در طول $\frac{\lambda}{4}$ از لوله ایجاد می‌شود و گره‌های بعدی (تشدیدهای بعدی) در افزایش طول لوله به اندازه $\frac{\lambda}{2}$ ایجاد می‌شود.

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{330}{640} = \frac{1}{2}m$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\text{اولین تشدید: } L = \frac{\lambda}{4} = \frac{1}{8} = 12.5 \text{ cm}$$

$$\text{دومین تشدید: } L = \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{2} = \frac{3\lambda}{4} \xrightarrow{\lambda = \frac{1}{2}m} \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = 37.5 \text{ cm}$$

$$\text{سومین تشدید: } L = \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{2} = \frac{5\lambda}{4} \xrightarrow{\lambda = \frac{1}{2}m} L = \frac{5}{4} \times 100 = 62.5 \text{ cm}$$

$$\text{چهارمین تشدید: } L = 62.5 + \frac{\lambda}{2} = 62.5 + 50 = 112.5 \text{ cm}$$

در این لوله با طول ۱۲۰ cm براساس محاسبات انجام شده ۴ تشدید اتفاق می‌افتد.

گام دوم: از رابطه $f = \frac{(2n-1)v}{4L}$ تفاضل اولین تا چهارمین تشدید را حساب می‌کنیم.

$$f_1 = \frac{V}{4L} \xrightarrow{V=330, L=1/2} f_1 = \frac{330}{4/8} = 67.5 \text{ Hz}$$

$$f_4 = \frac{4V}{4L} = \frac{V}{L} = \frac{330}{1/2} = 660 \text{ Hz}$$

$$\Delta f = f_4 - f_1 = 592.5 \text{ Hz}$$

$$f_n = nf_1 \Rightarrow f_1 \text{ بسامد اصلی}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f_n = n \frac{v}{2L}$$

$$V = \sqrt{\frac{Fl}{m}} = \sqrt{\frac{800 \times 10^3}{16}} = \sqrt{50 \times 10^4} = 100 \sqrt{5} \frac{m}{s}$$

$$f_1 = \frac{V}{2L} = \frac{100 \sqrt{5}}{2 \times 1} = 50 \sqrt{5} \text{ Hz}$$

$$f_4 = 4 \times 50 \sqrt{5} = 200 \sqrt{5} \text{ Hz}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f = 400 \text{ Hz}, v = 160 \frac{m}{s}$$

$$v = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{160}{400} = 0.4 \text{ m} = 40 \text{ cm}$$

$$\text{فاصله دو گره متوالی: } \frac{\lambda}{2} = \frac{40}{2} = 20 \text{ cm}$$



۳۱

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

در موجهای ایستاده ایجاد شده در یک سیم دو انتها بسته، تعداد شکمها یک واحد کمتر از تعداد گرهها است ($n = ۴$)

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} = \sqrt{\frac{۲۴۳۰ \times ۰/۴۸}{۳۶ \times ۱۰^{-۳}}} = ۱۸۰ \frac{m}{s}$$

$$f_n = n \frac{v}{2L} \rightarrow f_۴ = ۴ \frac{v}{2L} = ۲ \frac{v}{L} \rightarrow f_۴ = ۲ \frac{۱۸۰}{۰/۴۸} = ۷۵۰ \text{ Hz}$$

۳۲

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

با توجه به رابطه $f_n = n \frac{v}{2L}$ داریم:

$$\frac{f_m}{f_n} = \frac{m}{n} \rightarrow \frac{m}{n} = \frac{۴۸۰۰}{۳۶۰} = \frac{۴}{۳}$$

یعنی دو هماهنگ متوالی مربوط به هماهنگهای ۳ و ۴ هستند. اکنون به کمک رابطه $L = n \frac{\lambda_n}{۲}$ داریم:

$$\frac{\lambda_۴}{\lambda_۳} = \frac{۳}{۴} \xrightarrow{\lambda_۳ - \lambda_۴ = ۸ \text{ cm}} \begin{cases} \lambda_۳ = ۳۲ \text{ cm} \\ \lambda_۴ = ۲۴ \text{ cm} \end{cases}$$

$$L = ۳ \frac{\lambda_۳}{۲} \rightarrow L = ۳ \times \frac{۳۲}{۲} = ۴۸ \text{ cm}$$

۳۳

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در امواج ایستاده تشکیل شده در یک تار با دو انتهای ثابت، داریم:

$$\begin{cases} \lambda_n = \frac{۲L}{n} \\ \lambda_{n+۱} = \frac{۲L}{n+۱} \end{cases} \Rightarrow \lambda_n - \lambda_{n+۱} = ۲L \left(\frac{۱}{n} - \frac{۱}{n+۱} \right)$$

$$۱۲ = ۳۶۰ \left(\frac{۱}{n(n+۱)} \right) \Rightarrow n = ۵$$

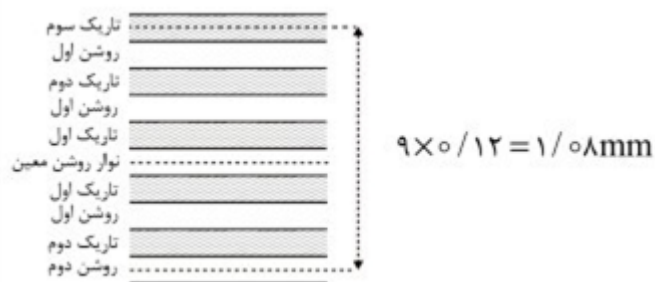
$$\lambda_۵ = \frac{۲ \times ۱۸۰}{۵} = ۷۲ \text{ cm}$$

۳۴

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

فاصله دو نوار روشن یا دو نوار تاریک متوالی برابر با دو برابر ضخامت هر کدام از نوارها است. پس ضخامت هر نوار برابر

با $\frac{۰/۲۴}{۲} = ۰/۱۲ \text{ mm}$ است. با توجه به شکل مقابل، فاصله خواسته شده ۹ برابر ضخامت نوارها است:



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۵

ضخامت هر کدام از نوارها متناسب با طول موج است و $\lambda \propto \frac{1}{f}$

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{f_1}{f_2} \rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{4}{3}$$

اگر ضخامت نوارها را با W نشان دهیم:

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{4}{3} \rightarrow W_2 - W_1 = 0/6 \rightarrow W_2 - \frac{3}{4} W_2 = 0/6 \rightarrow W_2 = 2/4 \text{ mm}$$

با رسم نوار تداخلی متوجه می‌شویم که فاصله سه نوار روشن متوالی برابر با $4W_2$ است:

$$4 \times 2/4 = 9/6 \text{ mm}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای آنکه در طول یک تار دو انتها بسته امواج ایستاده تشکیل گردد، لازم است تا آن را ۳۶

بسامدی که مضرب درستی از $\frac{v}{2L}$ است، به نوسان درآوریم. $(f_n = \frac{nV}{2L})$

با توجه به نکته بالا، ابتدا حاصل $\frac{V}{2L}$ را به دست می‌آوریم و سپس بررسی می‌کنیم که بسامد نوسان‌کننده نزدیک به

چه مضربی از $\frac{V}{2L}$ است.

$$f_1 = \frac{V}{2L} = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{fL}{M}} = \frac{1}{2 \times 0/4} \sqrt{\frac{16 \times 0/4}{100 \times 10^{-3}}} = 10 \text{ Hz}$$

$$f_n = nf_1 = 10n \Rightarrow \begin{cases} n=9, f_9 = 90 \text{ Hz} \\ n=8, f_8 = 80 \text{ Hz} \end{cases}$$

$f = 88 \text{ Hz}$ به $f_9 = 90 \text{ Hz}$ نزدیک‌تر است. پس باید بسامد 90 Hz افزایش یابد.

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{4F}{F}} = 2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳۷

$$f_n = \frac{nv}{2L} = \begin{cases} f_5 = \frac{5v}{2L} = \frac{5v}{2L} \\ f_1 = \frac{1 \times v'}{2L} = \frac{2v}{2L} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{f_5}{f_1} = \frac{5v}{2v} = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{600}{f_1} = 2/5 \Rightarrow f_1 = 240 \text{ Hz}$$

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} = \sqrt{\frac{200 \times 1}{0/02}} = 100 \frac{m}{s}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳۸

$$f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow f_2 = \frac{2 \times 100}{2 \times 1} = 100 \text{ Hz}$$

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{450}{720} \times \frac{4}{5} = \frac{1}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳۹

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۴۰



$$t = \frac{v}{4f} = \frac{v}{4} T \quad \text{گزینه ۱ پاسخ صحیح است.} \quad (41)$$

یعنی $\frac{T}{4}$ قبل از حالت اولیه. در این حالت تار به مانند گزینه ۱ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (42)

$$n = 5 - 1 = 4 = \text{شماره‌ی هماهنگ} = \text{تعداد شکم‌ها}$$

$$f_n = \frac{nv}{2L}$$

$$600 = \frac{4v}{2 \times 1/2} \rightarrow v = 360 \frac{m}{s}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (43)

نکته: در تار مرتعش، اختلاف دو بسامد تشدید متوالی برابر با بسامد صوت اصلی است و سایر بسامدهای تشدید نیز مضرب طبیعی از صوت اصلی می‌باشد.

$$f_n - f_{n-1} = f_1 \Rightarrow f_1 = 280 - 240 = 40 \text{ Hz}$$

بنابراین تنها گزینه ۱ مضرب صحیحی از بسامد صوت اصلی نمی‌باشد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نقاط بین دو گروه متوالی، همواره هم‌جهت با هم نوسان می‌کنند و همگی آن‌ها نسبت به (44)

نقاط بین دو گره متوالی مجاور، در جهت مخالف نوسان می‌کنند.

توجه کنید که نقاط بین دو شکم متوالی مشخص نیست که آیا بین دو گره متوالی قرار دارند یا خیر و بنابراین هم ممکن است هم‌جهت با یکدیگر نوسان کنند و هم ممکن است در خلاف جهت یکدیگر نوسان کنند.

در توضیح گزینه‌ی ۴ توجه کنید که گره‌ها نوسان نکرده و مکان آن‌ها تغییری نمی‌کند.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (45)

بسامد صوت‌های متوالی حاصل در سیم به اندازه‌ی بسامد صوت اصلی با هم اختلاف دارند و لذا در واقع بسامد صوت اصلی مورد سؤال است.

$$V = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F \cdot l}{m}} = \sqrt{\frac{128 \times 4 \times 10^{-1}}{8 \times 10^{-3}}} = 80 \text{ N}$$

$$f = n \frac{V}{2l} \xrightarrow{n=1} f = 1 \times \frac{80}{2 \times 4 \times 10^{-1}} \Rightarrow f = 100 \text{ Hz}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. (46)

$$\begin{cases} m = 0.8 \text{ kg} \\ L = 5 \text{ m} \\ F = 8 \text{ N} \end{cases} \quad \mu = \frac{m}{L} = \frac{0.8}{5} = 0.16 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$V = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{8}{0.16}} = \sqrt{50} = 7.07 \frac{m}{s}$$



۴۷

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نقاط بین دو گره متوالی هم‌فاز و هم‌فرکانس هستند ولی دامنه‌های آن‌ها متفاوت است.

$$A \text{ دامنه } > M \text{ دامنه } \omega_A = \omega_M$$

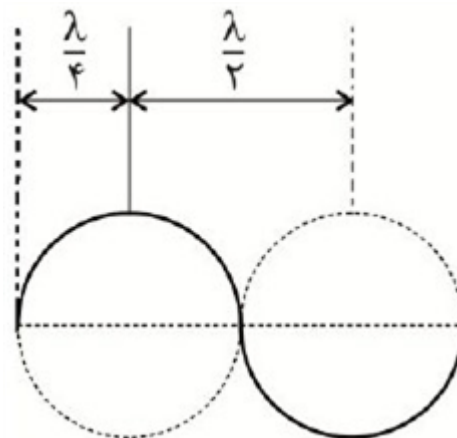
دامنه



$$V_{\max} = \Delta \omega \Rightarrow V_A > V_M$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۴۸



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌توان نشان داد تفاضل بسامد دو صوت متوالی در تار مرتعش همان فرکانس صوت اصلی

۴۹

$$\text{است. } f = \Delta f = 50 \text{ Hz}$$

از طرفی با توجه به رابطه $f = n \frac{v}{2L}$ ، فرکانس هر صوت، n برابر فرکانس صوت اصلی است:

$$4 = \text{تعداد گره} \Rightarrow n = 3 \Rightarrow f = 3 \times 50 = 150 \text{ Hz}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۵۰

$$f_1 = 300 - 225 = 75 \text{ Hz} \Rightarrow f_1 = \frac{V}{2L} \Rightarrow V = 75 \times 2 \times 0.5 = 75 \frac{m}{s}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر خارج قسمت و باقی مانده تقسیم $P(x)$ را به ترتیب $Q(x)$ و $R(x)$ در نظر بگیریم،

۵۱

بنابر قضیه تقسیم داریم:

$$P(x) = (x + 1)Q(x) + R \Rightarrow x = 1 \Rightarrow P(1) = (1 + 1)Q(1) + R \Rightarrow P(1) = 2Q(1) + R$$

$$P(1) = 12 + R \xrightarrow{\text{از طرفی داریم}} P(1) = 4 + 2 - a(1) \Rightarrow 6 - a = 12 + R \Rightarrow R + a = -6$$

$$x = -1 \Rightarrow P(-1) = (-1 + 1)Q(-1) + R \Rightarrow P(-1) = R \text{ از طرفی } P(-1) = 4(-1)^4 + 2(-1)^5 - a(-1)$$

$$\Rightarrow 6 + a = R \Rightarrow R - a = -6$$

$$\begin{cases} R + a = -6 \\ R - a = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R = -6 \\ a = 0 \end{cases}$$

$$x^3 - 1 = 0 \Rightarrow x^3 = 1 \Rightarrow P(x) = 4(x^3) + 2(x^3) - 0$$

$$R(x) = 4x + 2x^3 = 2x(2 + x)$$



۵۲

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نمودار تابع را رسم می‌کنیم.

تابع f در بازه $[۲, ۳]$ که برد آن $[۰, ۱]$ است اکیداً نزولی می‌باشد. وارون آن را حساب می‌کنیم.

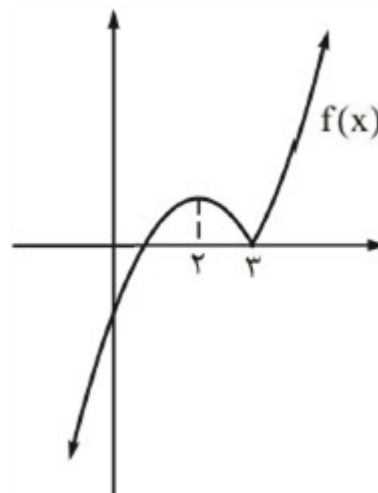
$$f(x) = |x - ۳|(x - ۱) \xrightarrow{۲ \leq x \leq ۳} f(x) = (۳ - x)(x - ۱)$$

$$\Rightarrow f(x) = -(x^۲ - ۴x + ۳) = -((x - ۲)^۲ - ۱)$$

$$= ۱ - (x - ۲)^۲ = y \Rightarrow (x - ۲)^۲ = ۱ - y \Rightarrow |x - ۲| = \sqrt{۱ - y}$$

$$\xrightarrow{۲ \leq x \leq ۳} x - ۲ = \sqrt{۱ - y} \Rightarrow f^{-۱}(x)$$

$$= ۲ + \sqrt{۱ - x}, ۰ \leq x \leq ۱$$



۵۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. قرینه \sqrt{x} نسبت به خط $x = ۱$ تابع $\sqrt{۲ - x}$ خواهد بود.

$$\sqrt{۲ - x} = ۴ + x \Rightarrow ۲ - x = ۱۶ + ۸x + x^۲ \Rightarrow x^۲ + ۹x + ۱۴ = ۰$$

$$(x + ۲)(x + ۷) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = -۲ \text{ (ق ق)} \\ x = -۷ \text{ (غ ق)} \end{cases}$$

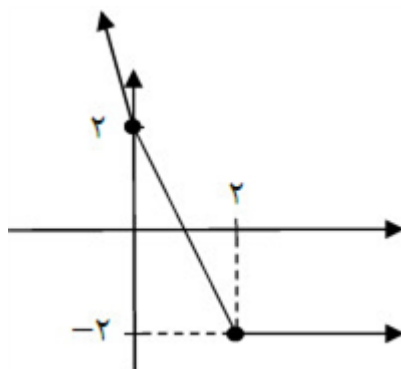
$$|OA| = \sqrt{۴ + ۴} = \sqrt{۸} = ۲\sqrt{۲}$$

اگر $x = -۲$ باشد $y = ۲$ و نقطه برخورد $A(-۲, ۲)$ است

۵۴

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

x	-۱	۰	۲	۳
y	۶	۲	-۲	-۲



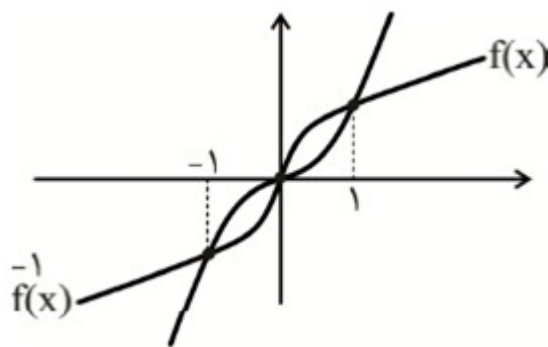
تابع در بازه $(-\infty, ۲]$ اکیداً نزولی است.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نمودار تابع f و f^{-1} به صورت مقابل است و هر دو، تابع اکیداً صعودی هستند.

$$f(f(x)) \geq f(f^{-1}(x)) \Rightarrow f(x) \geq f^{-1}(x)$$

با توجه به نمودار در بازه $[-1, 1]$ نمودار $f(x)$ بالاتر از $f^{-1}(x)$ قرار دارد که شامل سه عدد صحیح است.



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون $x = 2$ در دامنه تابع نیست، پس $x = 2$ ریشه مخرج است، یعنی $ax - 4 = 0$ است

$$f(x) = \frac{2}{2x - 4} = \frac{1}{x - 2} = \frac{x - 2}{(x - 2)^2} \quad ; \text{ بنابراین } a = 2 \text{ است و داریم:}$$

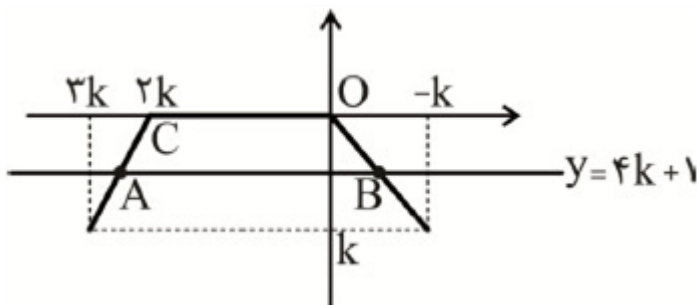
$$f(x - 1) = \frac{x - 1 - 2}{(x - 1 - 2)^2} = \frac{x - 3}{(x - 3)^2} = \frac{x - 3}{x^2 - 6x + 9}$$

با مقایسه ضابطه $g(x)$ با این ضابطه، مقادیر $p = -3$ و $m = -6$ و $n = 9$ به دست می‌آیند؛ پس:

$$m - n + p = -6 - 9 - 3 = -18$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با فرض $k < 0$ نمودار نسبت به محور عرض و طولها قرینه می‌شود. همین طور نمودار

$f(x)$ در راستای افقی و عمودی دچار انبساط k برابری می‌شود. فرض کنیم نمودار خط افقی $y = 4k + 1$ این نمودار را در دو نقطه A و B قطع می‌کند.



دقت کنید که شیب دو پاره‌خط مورب برابر $1, -1$ است. با توجه به سؤال داریم:

$$x_A + x_B = -3 \Rightarrow x_C = -3 \Rightarrow 2k = -3 \Rightarrow k = -\frac{3}{2}$$

اکنون مقدار $f(|k| + 1) = f\left(\frac{5}{2}\right)$ را می‌یابیم.

با توجه به شکل تابع $f(x)$ ، ضابطه خط مورب در قسمت مثبت محور x ها را می‌یابیم:

$$f(x) = x - 2 \Rightarrow f\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{5}{2} - 2 = \frac{1}{2}$$



$$3 \leq x \leq 5 \Rightarrow 2 \leq x - 1 \leq 4 \xrightarrow{\text{در تابع جدید}} 2 \leq 1 - \frac{1}{x} \leq 4 \Rightarrow -6 \leq x \leq -2$$

$$-1 \leq 2f - 3 \leq 3 \Rightarrow 1 \leq f \leq 3 \xrightarrow{\times(-2)} -9 \leq -2f \leq -6 \xrightarrow{-3} -12 \leq -3f - 3 \leq -6$$

$$1, 2 \xrightarrow{\text{اجتماع}} [-12, -2] \Rightarrow \text{عدد صحیح}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به قضیه تقسیم چندجمله‌ای‌ها و فرض سؤال $f(1) = 4$ و $f(-2) = 7$ و

$$f(x-1) = (x+1)(x-2)g(x) + ax + b$$

بنابراین،

خارج قسمت
باقیمانده = $R(x)$

$$\begin{cases} x = 2 \Rightarrow f(1) = 2a + b = 4 \\ x = -1 \Rightarrow f(-2) = -a + b = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 6 \end{cases} \Rightarrow R(x) = 6 - x$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = 2x + |x| \xrightarrow{\text{واحد در جهت منفی محور } x} y = 2(x+3) + |x+3| \xrightarrow{\text{واحد در جهت منفی } y} y = 2(x+3) + |x+3| - 2$$

$$y = 2x + 3 + |x+3| - 2 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow 2x + 3 + |x+3| = 2 \Rightarrow x + 3 + |x+3| = 1$$

$$\begin{cases} x \geq -3 \Rightarrow 2(x+3) = 1 \Rightarrow x = -2/5 \\ x < -3 \Rightarrow (x+3) - (x+3) = 1 \Rightarrow 0 = 1 \end{cases}$$

$$f(2) = -3, f(-3) = 2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$(f \circ f)(x) = (x^2 + x - 6)g(x) + \underbrace{mx + n}_{R(x) \text{ باقیمانده}}$$

$$x = 2 \Rightarrow f \circ f(2) = 2m + n \Rightarrow \underbrace{f(f(2))}_{-3} = 2m + n$$

$$f(-3) = 2m + n \Rightarrow 2m + n = 2$$

$$x = -3 \Rightarrow f \circ f(-3) = -3m + n \Rightarrow \underbrace{f(f(-3))}_{2} = -3m + n$$

$$f(2) = -3m + n \Rightarrow -3m + n = -3$$

$$\begin{cases} 2m + n = 2 \\ -3m + n = -3 \end{cases} \Rightarrow m = 1, n = 0 \Rightarrow R(x) = x$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. به ازای $x = 2$ داریم:

$$0 \times p(2) = 8 - 16 + a \Rightarrow a = 8$$

$$p(x) = \frac{x^2 - 8x + 8}{x - 2} = x^2 + 2x - 4$$

حال $p(x)$ را به دست می‌آوریم:

بنابراین باقی‌مانده‌ی تقسیم $p(x)$ بر $x - 2$ که برابر $p(2)$ می‌باشد برابر است با:

$$p(2) = 4 + 4 - 4 = 4$$



۶۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در تابع نزولی f:

$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$$

بنابراین با توجه به نامنفی بودن کل عبارت زیر رادیکال در تابع g:

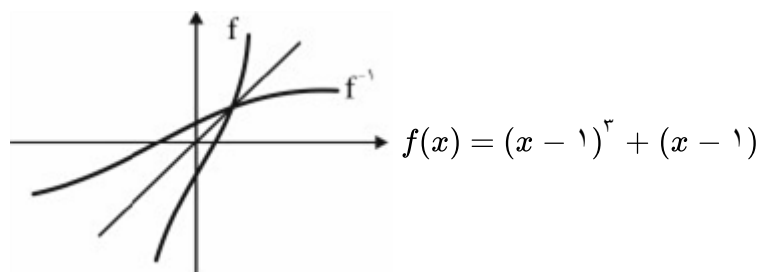
$$f(|2x|) - f(|x+3|) \geq 0 \Rightarrow f(|2x|) \geq f(|x+3|) \xrightarrow{\text{تعریف نزولی بودن } f} |2x| \leq |x+3|$$

$$\xrightarrow{\text{دو طرف به توان ۲}} 4x^2 \leq x^2 + 6x + 9 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 \leq 0 \Rightarrow -1 \leq x \leq 3$$

این بازه شامل ۵ عدد صحیح است.

۶۴

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



۶۵

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta > 0 \\ > 0 \text{ (حاصل ضرب دو ریشه)} \\ < 0 \text{ (مجموع دو ریشه)} \end{array} \right.$$

$$\Delta = (a+3)^2 - 4a(-1) > 0 \Rightarrow a^2 + 10a + 9 > 0$$

$$\Rightarrow (a+9)(a+1) > 0 \Rightarrow a > -1 \text{ یا } a < -9 \quad (1)$$

$$(حاصل ضرب دو ریشه) > 0 \Rightarrow \frac{c}{a} > 0 \Rightarrow \frac{-1}{a} > 0 \Rightarrow a < 0 \quad (2)$$

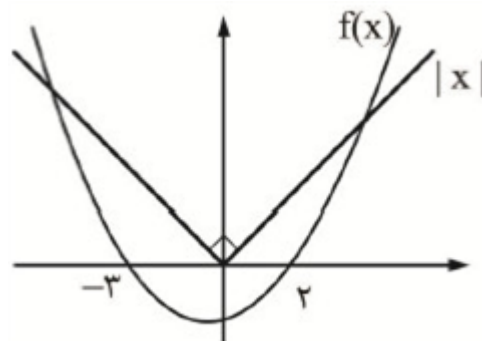
$$(مجموع دو ریشه) < 0 \Rightarrow -\frac{b}{a} < 0 \Rightarrow \frac{-(a+3)}{a} < 0 \Rightarrow a > 0 \text{ یا } a < -3 \quad (3)$$

$$(1) \cap (2) \cap (3) \Rightarrow a < -9$$

۶۶

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نمودار دو تابع را ببینید:

اگر تابع $f(x)$ را دو واحد به چپ منتقل کنیم آنگاه طول نقاط دو تابع نامثبت خواهند بود.



۶۷

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$(-1, 3m-2), (0, 10-m), (1, 4m+13), (2, 25)$$

$$3m-2 \leq 10-m \Rightarrow 4m \leq 12 \Rightarrow m \leq 3$$

$$10-m \leq 4m+13 \Rightarrow 5m \geq -3 \Rightarrow m \geq -0.6$$

$$4m+13 \leq 25 \Rightarrow 4m \leq 12 \Rightarrow m \leq 3$$

$$-0.6 \leq m \leq 3$$

$$\text{طبیعی } m = 1 \quad m = 2 \quad m = 3$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۶۸

$$\text{باقیمانده} = P(2) = 2^{10} - 15 \times 2^6 - 15 \times 2 - 21 = 13$$

$$x^{10} - 15x^6 - 15x - 21 = Q(1)(1 - 2) + 13 \Rightarrow Q(1) = 50 + 13 = 63$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۶۹

$$\frac{(x-1)(x^2+x^3+x^4+x^5+x+1)}{(x-1)(x+1)(x^2+x+1)(x^2-x+1)} = \frac{x^6-1}{(x^3-1)(x^3+1)} = 1$$

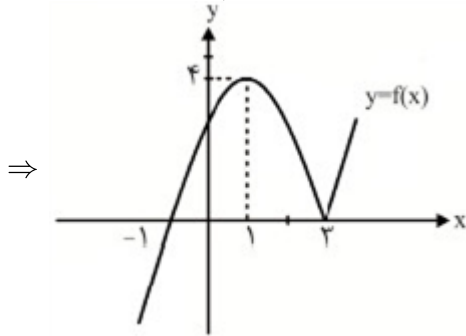
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. باقیمانده تقسیم بر $(x-1)(x-2)(x-3)$ برابر ۵ است. چون چندجمله‌ای از درجه ۳ می‌باشد، داریم: ۷۰

$$p(x) = a(x-1)(x-2)(x-3) + 5, p(4) = -7 \Rightarrow -7 = 6a + 5 \Rightarrow a = -2$$

$$\Rightarrow p(-2) = -2 \times -3 \times -4 \times -5 + 5 = 125$$

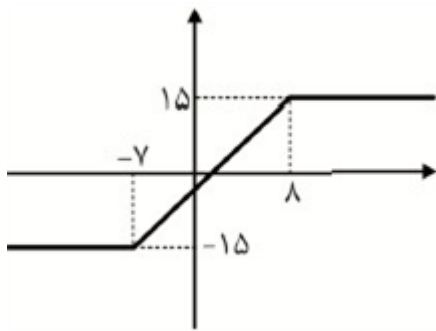
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۷۱

$$f(x) = (x+1)\sqrt{x^2-6x+9} \Rightarrow f(x) = (x+1)\sqrt{(x-3)^2} \Rightarrow f(x) = (x+1)|x-3|$$



بنابراین تابع در بازه‌ی $[1, 3]$ اکیداً نزولی است. می‌دانیم دامنه‌ی تابع $y = f^{-1}(x)$ برابر برد تابع $f(x)$ است که برد تابع $f(x)$ در این بازه برابر $[0, 4]$ است. پس: $[a, b] = [0, 4] \Rightarrow b - a = 4 - 0 = 4$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۷۲



$$f(x) = (a+7)x + 5 \xrightarrow{\text{تابع ثابت}} a + 7 = 0 \Rightarrow a = -7$$

$$g(x) = |x+7| - |x-8|$$

$$\text{ریشه داخل قدر مطلق} \begin{cases} x = -7 \\ x = 8 \end{cases}$$

$$x < -7 \Rightarrow g(x) = -15$$

$$-7 \leq x < 8 \Rightarrow g(x) = 2x - 1$$

$$x \geq 8 \Rightarrow g(x) = 15$$

این تابع در بازه‌ی $[-7, 8]$ صعودی اکید است و اندازه‌ی این بازه برابر ۱۵ واحد است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۷۳

$$x^n - x^{n-1} - (x-1) = xn - 1(x-1) - (x-1) = (x-1)(x^{n-1} - 1)$$

عبارت $x^{n-1} - 1$ همواره بر $x-1$ بخش پذیر است. بنابراین عبارت $x^n - x^{n-1} - (x-1)$ همواره بر عبارت

$$(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$$

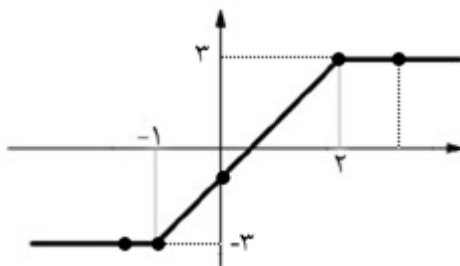


گزینه ۳ پاسخ صحیح است. به کمک نقطه‌یابی نمودار f را رسم می‌کنیم.

$$f(x) = |x + 1| - |x - 2|$$

نقاط شکست

x	-۲	-۱	۲	۳
y	-۳	-۳	۳	۳



پس f در بازه‌ی $(-1, 2)$ اکیداً صعودی است.

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. $f(x) = (a - 1)x^2 + 2\sqrt{2}x + a$

شرط این‌که نمودار تابع درجه‌ی ۲، f بالای محور x ها باشد، این است که $\Delta < 0$ و ضریب x^2 مثبت باشد.

$$a - 1 > 0 \Rightarrow a > 1$$

$$\Delta' = (\sqrt{2})^2 - a(a - 1) = 2 - a^2 + a \xrightarrow{\Delta' < 0} 2 - a^2 + a < 0$$

$$\Rightarrow a^2 - a - 2 > 0 \Rightarrow (a - 2)(a + 1) > 0 \Rightarrow a < -1 \text{ یا } a > 2$$

با توجه به شرط $a > 1$ پس $a > 2$ صحیح است.



پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴

۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴

۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴
۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴

