نام و نام خانوادگی :

پایه تحصیلی : زمان آزمون :

نام دبیر : تاریخ برگزاری ۱۴۰۵/۰۳/۰۵

عنوان آزمون : ۱۲ریاضی-سه شنبه۵خرداد-تستی

۱ اختلاف بسامد پرانرژی‌ترین فوتون مرئی رشتهٔ بالمر با کم‌انرژی‌ترین فوتون غیرمرئی آن بر حسب گیگاهرتز برابر کدام گزینه است؟ $\left(R = ۰/۰۱(\text{nm})^{-۱}, C = ۳\times ۱۰^{۵}\frac{\text{km}}{s}\right)$

۱) $\frac{۱۳}{۵۸۸}\times ۱۰^{۱۵}$ ۲) $\frac{۷}{۴۵۶}\times ۱۰^{۱۵}$ ۳) $\frac{۱۳}{۵۸۸}\times ۱۰^{۶}$ ۴) $\frac{۷}{۴۵۶}\times ۱۰^{۶}$

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳

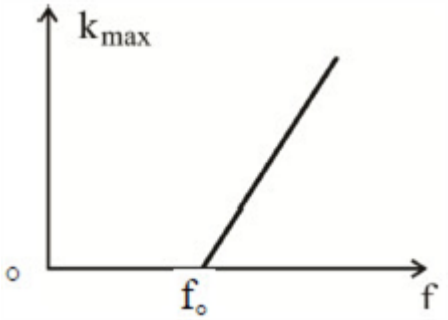
۲ در اتم هیدروژن، الکترون روی ترازی با انرژی $-۰/۸۵\,\text{eV}$ واقع است. اختلاف بسامد کم‌انرژی‌ترین فوتون قابل گسیل توسط این الکترون با کم‌انرژی‌ترین فوتون قابل جذب توسط آن تقریباً چند تراهرتز است؟

$(E_R = ۱۳/۶\,\text{eV}, h = ۴\times ۱۰^{-۱۵}\,\text{eV}.s)$

۱) ۶۰ ۲) ۷۵ ۳) ۹۰ ۴) ۱۲۰

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳

۳ در این آزمایش فوتوالکتریک، نمودار انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها بر حسب نور فرودی برابر یک فلز معین مطابق شکل مقابل است. اگر بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها جدا شده از سطح فلزس برابر با $۰/۶\,\text{ev}$ و طول موج نور تابیده بر فلز $۲۴۰\,\text{nm}$ باشد، بسامد قطع فلز را بر حسب هرتز کدام است؟ $\left[C = ۳\times ۱۰^{۱۷}\frac{\text{nm}}{s}, h = ۴\times ۱۰^{-۱۵}\,\text{ev}.s\right]$



۱) $۱/۱\times ۱۰^{۱۵}\,\text{Hz}$ ۲) $۱۰^{۱۵}\,\text{Hz}$ ۳) $۱/۴\times ۱۰^{۱۵}\,\text{Hz}$ ۴) $\frac{۵}{۴}\times ۱۰^{۱۵}\,\text{Hz}$

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳

۴ در طیف اتمی هیدروژن، کوتاه‌ترین طول موج مرئی چند برابر کوتاه‌ترین طول موج تابشی فرابنفش است؟

۱) $\frac{۲۷}{۸}$ ۲) $\frac{۹}{۲}$ ۳) $\frac{۹}{۲۰}$ ۴) $\frac{۳۶}{۵}$

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳

۵ در طیف اتمی هیدروژن، گستره طول موجی بالمر در ناحیه مرئی چند برابر گستره طول موج بالمر در ناحیه فرابنفش است؟

۱) تقریباً $۷/۶$ ۲) تقریباً $۱/۰۳$ ۳) $۲/۶$ ۴) $۹/۶$

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳

۶ تابش فرابنفشی با طول موج $۲۴۸\,\text{nm}$ بر سطح تیغه‌ای از جنس تنگستن با تابع کار $۴/۵۵\,\text{eV}$ تابیده می‌شود. بیشینهٔ تندی فوتوالکترون‌های جدا شده از سطح این فلز چند متر بر ثانیه است؟

$(m_e = ۹\times۱۰^{-۳۱}\,\text{kg}$ و $e = ۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C$ ،$\text{hc} = ۱۲۴۰\,\text{eV.nm})$

۱) ۴×۱۰^{۴} ۲) ۴×۱۰^{۵} ۳) ۸×۱۰^{۴} ۴) ۸×۱۰^{۵}

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۷ نوری با بسامد $۵\times۱۰^{۱۴}\,\text{HZ}$ به فلزی می‌تابد و بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها $۱\,\text{ev}$ است. طول موج نور را ۶۰ درصد کاهش می‌دهیم. سرعت بیشینه خروج فوتوالکترون‌ها چند برابر می‌شود؟ $(h = ۴\times۱۰^{-۱۵}\,\text{ev}.s)$

۱) $۱/۵$ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

۸ یک لامپ نور مرئی می‌تواند فوتون‌هایی با طول موج ۵۰۰ نانومتر گسیل کند، انرژی هر فوتون برحسب الکترون ولت کدام است؟ $(h = ۶/۶۳\times۱۰^{-۳۴}\,T.S)$

۱) $۸/۴۲$ ۲) $۸/۲۴$ ۳) $۲/۴۸$ ۴) $۴/۸۴$

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰

۹ طول‌موج‌های اولین و دومین خط های طیف اتمی هیدروژن در رشتهٔ پاشن $(n' = ۳)$ از راست به چپ، چند نانومتر است؟

۱) ۱۶۴۰ و ۱۲۸۱ ۲) ۱۵۸۰ و ۱۸۲۶ ۳) ۱۸۷۰ و ۱۲۷۸ ۴) ۱۱۲۰ و ۱۷۵۷

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰

۱۰ در یک پدیده فوتوالکتریک، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها $۲/۲\text{eV}$ است. اگر از چشمه نوری با طول موج $\frac{۵}{۴}$ برابر طول موج نور اولیه استفاده کنیم، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها، $۰/۶\text{eV}$ تغییر می‌کند. تابع کار فلز چند الکترون ولت است؟

۱) $۰/۲$ ۲) $۰/۶$ ۳) $۰/۸$ ۴) $۰/۴$

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی۹۹_۰۰

۱۱ چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) براساس نظریه الکترومغناطیسی ماکسول، اگر شدت نور فرودی بر سطح فلز افزایش یابد، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها افزایش می‌یابد.

ب) با افزایش دمای یک جسم جامد و تولید نور از آن می‌توان طیف گسیلی خطی آن جامد را تشکیل داد.

پ) تعدادی از طول موج‌های اتم هیدروژن هم در رشته براکت $(n' = ۴)$ و هم در رشته پفوند $((n' = ۵)$ قرار دارند.

ت) مدل بور می‌تواند طول موج‌های طیف خطی اتم‌های هیدروژن گونه را پیش‌بینی کند اما متفاوت بودن شدت خط‌های طیف گسیل را نمی‌تواند توضیح بدهد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی۹۹_۰۰

۱۲ الکترون در مدارهای اتم هیدروژن از مدار n به مدار $n+۲$ جابه‌جا می‌شود. در طی این جابه‌جایی شعاع مدار الکترون $r_{۱۲}$، افزایش می‌یابد. بر اثر این جابه‌جایی، انرژی الکترون چند ریدبرگ تغییر می‌کند؟

۱) $\frac{۱}{۱۲}$ ۲) $\frac{۳}{۱۶}$ ۳) $\frac{۸}{۹}$ ۴) $\frac{۱۵}{۱۶}$

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی۹۹_۰۰

۱۳ در آزمایش فوتوالکتریک تابع کار فلز $۲/۸\,\mathrm{eV}$ است. نوری با طول موج λ به فلز می‌تابد و سبب گسیل فوتوالکترون‌هایی با بیشینه‌ی انرژی جنبشی $۴/۴\,\mathrm{eV}$ می‌شود. λ چند میکرومتر است؟

$\left(h = ۴\times ۱۰^{-۱۵}\,\mathrm{eV}.s, C = ۳\times ۱۰^{۸}\frac{m}{s}\right)$

۱) $\frac{۱}{۶}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۵۰}{۳}$ ۴) $\frac{۱۰۰۰}{۳}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۴ در یک آزمایش فوتوالکتریک، تابع کار فلز $۳\,\mathrm{eV}$ است. اگر نوری با طول موج $۲۰۰\,\mathrm{nm}$ بر سطح فلز بتابد، بیشینه‌ی سرعت فوتوالکترون‌ها برابر V است و اگر نوری با طول موج $۳۰۰\,\mathrm{nm}$ بر فلز بتابد، بیشینه‌ی سرعت فوتوالکترون‌ها برابر V' است. $\frac{V'}{V}$ کدام است؟ $(\mathrm{hc} = ۱۲۰۰\,\mathrm{eV}.\mathrm{nm})$

۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ۲) $\sqrt{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) ۳

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۵ در گسیل‌های مربوط به اتم هیدروژن، بلندترین طول موج مربوط به رشته بالمر، تقریباً چند نانومتر است؟

$(\mathrm{hc} = ۱۲۴۰\,\mathrm{eV}.\mathrm{nm}$ و $E_R = ۱۳/۶\,\mathrm{eV})$

۱) ۴۵۴ ۲) ۴۶۰ ۳) ۶۳۶ ۴) ۷۶۰

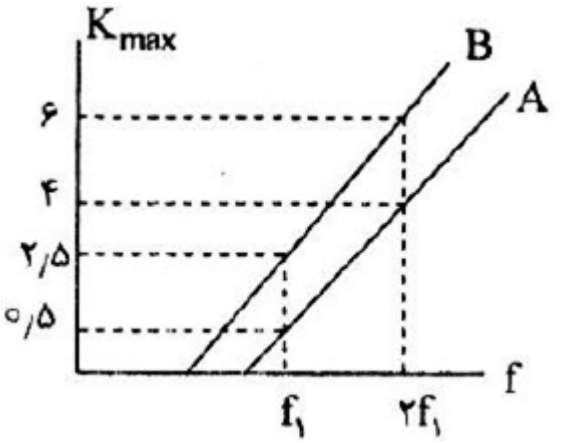
کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۶ در طیف اتمی هیدروژن، اختلاف کوتاه‌ترین طول موج دو رشته b a برابر $۵۰۰\,\mathrm{nm}$ است. رشته‌های a و b کدام هستند؟ $(R = ۰/۰۱\mathrm{nm}^{-۱})$

۱) باشن - براکت ۲) بالمر - لیمان ۳) بالمر - پاشن ۴) براکت - پاشن

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳

۱۷ در آزمایش فوتوالکتریک نمودار $(K_{\max} - f)$ فوتوالکترون‌ها برای دو فلز A و B مطابق شکل مقابل است. طول موج قطع فلز A چند برابر طول موج قطع فلز B است؟



۱) ۳ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) ۴ ۴) $\frac{۱}{۴}$

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳

۱۸ اختلاف کوتاه‌ترین طول موج مرئی سری بالمر $(n' = ۲)$ و بلندترین طول موج سری پاشن $(n' = ۳)$ در طیف گسیلی اتم هیدروژن تقریباً برابر چند نانومتر است؟ $(R = ۰/۰۱\,\mathrm{nm}^{-۱})$

۱) ۱۴۰۵ ۲) ۱۵۰۷ ۳) ۱۶۰۷ ۴) ۱۷۰۳

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳

۱۹ اگر شعاع مدار اول اتم هیدروژن در نظریه بور $۵\times۱۰^{-۱۱}\,m$ باشد، شعاع مدار چهارم اتم هیدروژن چند آنگستروم است؟

۱) ۲ ۲) ۸ ۳) ۲۰ ۴) ۸۰

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۲۰ چند گزاره از گزاره‌های زیر درست است؟
الف) مدل اتمی رادرفورد، نمی‌تواند خطی بودن طیف اتمی را توجیه کند.
ب) مدل اتمی بور، نمی‌تواند شدت طیف‌های تابشی اتمی را توجیه کند.
پ) مدل اتمی بور، نمی‌تواند طیف تابشی اتم‌هایی با بیش از یک الکترون را توجیه کند.

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۲۱ چه تعداد از عبارات زیر درست بیان شده است؟
الف) اثر فوتو الکتریک با فیزیک کلاسیک قابل توجیه است.
ب) برای افزایش فوتوالکترون‌ها کافی است که بسامد پرتوی تابشی را افزایش دهیم.
پ) افزایش شدت پرتوی فرودی در بسامدی بیش از بسامد آستانه، سبب افزایش تعداد فوتو الکترون‌ها می‌شود.
ت) بسامد آستانه در اثر فوتو الکتریک به جنس فلزی که پرتوی نور بر آن تابش می‌کند، بستگی دارد.

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۴

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

۲۲ کدام گزینهٔ زیر توسط فیزیک کلاسیک توجیه می‌شود؟

۱ اگر پدیدهٔ فوتوالکتریک با نور قرمز رخ نمی‌دهد، با افزایش شدت نور باز هم پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد.

۲ اگر پدیدهٔ فوتوالکتریک با نور بنفش رخ دهد، با افزایش شدت نور، سرعت بیشینه فوتورالکترون‌ها افزایش نمی‌یابد.

۳ بخار یک عنصر هنگامی‌که برانگیخته شود فقط طول موج‌های مشخص را تابش می‌کند.

۴ از سطح یک جسم جامد امواج الکترومغناطیسی تابش می‌شود و هرچه دما بالاتر رود شدت تابش بیشتر می‌شود.

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

۲۳ طبق مدل اتمی بور، الکترون در اتم هیدروژن، از مدار $n' = ۲$ به $n = ۵$ می‌رود. شعاع مدار حرکت الکترون به ترتیب چند برابر می‌شود و انرژی الکترون در این جابه‌جایی چند الکترون ولت تغییر می‌کند؟

۱ $\frac{۵}{۲}$ و $۴/۰۸$ ۲ $\frac{۲۵}{۴}$ و $۴/۰۸$ ۳ $\frac{۵}{۲}$ و $۲/۸۵۶$ ۴ $\frac{۲۵}{۴}$ و $۲/۸۵۶$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۴ بسامد سومین خط طیف اتم هیدروژن در کدام رشته $۲/۵\times ۱۰^{۱۴}\ \text{Hz}$ است؟

$$\left[C = ۳\times ۱۰^{۸}\frac{m}{s}, R = \frac{۱}{۱۰۰}(\text{nm})^{-۱}\right]$$

۱ پاشن $(n' = ۳)$ ۲ براکت $(n' = ۴)$ ۳ پفوند $(n' = ۵)$ ۴ بالمر $(n' = ۲)$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

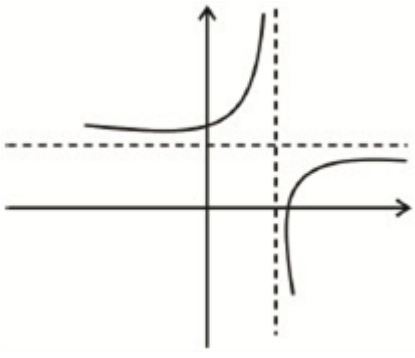
۲۵ در اتم هیدروژن، محدوده‌ی تقریبی طول موج‌های رشته پاشن $(n' = ۳)$ برحسب میکرومتر کدام است؟

$$(R = ۰/۰۱\text{nm}^{-۱})$$

۱ $۰/۹$ تا ۲ ۲ $۰/۹$ تا $۴/۴$ ۳ $۱/۶$ تا ۲ ۴ $۱/۶$ تا $۴/۴$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۶ نمودار تابع $y = \frac{x^{۲} - ۳x + b}{x^{۲} + \text{ax} + ۱}$ به صورت مقابل است. مقدار ab کدام است؟



۱ ۲ ۲ ۴ ۳ -۲ ۴ -۴

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳

۲۷ تابع $f(x) = \frac{x^{۳}}{۳} + \text{ax}^{-۳}\text{ax} + ۱$ در بازهٔ $(-۲, ۱)$ نزولی است. حدود a کدام است؟

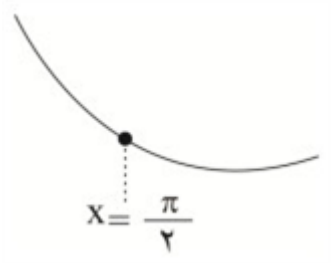
۱ $(۱, \infty)$ ۲ $\left(\frac{۴}{۷}, ۱\right)$ ۳ $\left(-۱, \frac{۳}{۷}\right)$ ۴ $(۰, ۱)$

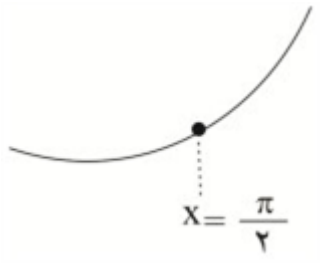
۲۸ مجموع اکسترمم‌های نسبی تابع $y = \frac{x^۲ + ۲}{x + ۱}$ کدام است؟

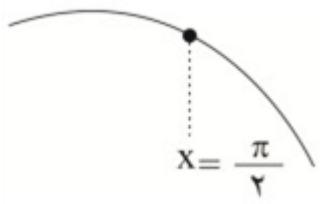
۱) -۱ ۲) -۲ ۳) -۳ ۴) -۴

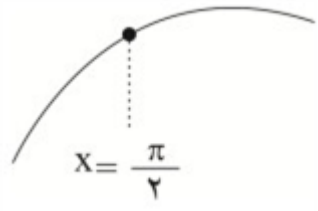
آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۲۹ نمودار تابع $f(x) = x^۲ - \text{Cos}^۲ x$ در همسایگی نقطه $x = \frac{\pi}{۲}$ کدام است؟

۱)


۲)


۳)


۴)


آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱_۱۴۰۰

۳۰ نقطهٔ $(۲, ۱۶)$ ماکزیمم نسبی تابع $f(x) = ax^۳ + bx^۲ + ۲a^۲x$ است. حاصل $a \times b$ کدام است؟

۱) -۸ ۲) ۸ ۳) ۱۶ ۴) -۱۶

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

۳۱ اگر $[a, b]$ بزرگترین بازه‌ای باشد که تابع با ضابطهٔ $f(x) = ۲x + \sqrt{۳۶ - x^۲}$ در آن بازه صعودی اکید است، حاصل $b\sqrt{۵} - a$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۸ ۴) ۲۴

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

۳۲ تابع $f(x) = \left|x^۲ - ۴|x| + ۱\right|$ در بازهٔ $[-۴, ۴]$ دارای m نقطهٔ بحرانی، n ماکزیمم مطلق، p ماکزیمم نسبی، q مینیمم مطلق، r مینیمم نسبی و s نقطهٔ گوشه‌ای است. حاصل $m^۲ + n^۲ + p^۲ + q^۲ + r^۲ + s^۲$ کدام است؟

۱) ۱۱۹ ۲) ۱۳۴ ۳) ۱۴۲ ۴) ۱۵۱

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

۳۳ اگر مجموع طول‌های ماکزیمم و مینیمم نسبی تابع $f(x) = x^۳ - ax^۲ - ۹x$ برابر ۲ باشد، حاصل جمع عرض‌های ماکزیمم و مینیمم نسبی تابع f کدام است؟

۱) ۲۲ ۲) -۲۲ ۳) ۳۲ ۴) -۳۲

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱_۱۴۰۰

۳۴ طول قطر مستطیلی که مساحت آن ۲۵۶ متر مربع و محیط آن کم‌ترین مقدار باشد، کدام است؟

۱) $۳۲\sqrt{۲}$ ۲) $۲۴\sqrt{۲}$ ۳) $۱۶\sqrt{۲}$ ۴) $۱۲\sqrt{۲}$

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۱_۱۴۰۰

۳۵ به ازای چند عدد صحیح a تابع $f(x)=\left|ax^۲+ax+۱\right|$ فقط یک نقطه‌ی بحرانی دارد؟

۱) ۶ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) ۳

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی۹۹_۰۰

۳۶ فاصله‌ی نقطه‌ی ماکسیمم نسبی تابع $f(x)=\frac{۲x-x^۲}{(x+۱)^۲}$، از خط مجانب افقی آن، کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) ۱ ۳) $\frac{۴}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۲}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۳۷ اگر تابع‌هایی به‌صورت $f(x)=\frac{۲}{۳}x^۳-(m-۱)x^۲+۸x$ ، دارای ماکزیمم و می‌نیمم، با طول‌های منفی باشند. آن‌گاه مجموعه‌ی طول نقاط عطف این توابع، در کدام بازه است؟

۱) $\left(-۵,-\frac{۱}{۲}\right)$ ۲) $(-۴,-۱)$ ۳) $(-\infty,-۲)$ ۴) $(-\infty,-۴)$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۳۸ در کدام بازه تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\frac{۱}{۴}x^۴+\frac{۱}{۲}x^۳-۳x^۲$، صعودی و تقعر نمودار آن، رو به پایین است؟

۱) $(-۲,۰)$ ۲) $(-۲,۱)$ ۳) $(-۱,۲)$ ۴) $(۰,۱)$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۳۹ به ازای کدام مقدار a، نقطه‌ی عطف نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\frac{۲}{۳}x^۳-۳x^۲+ax$ بر روی نیمساز ناحیه‌ی چهارم قرار دارد؟

۱) -۲ ۲) -۱ ۳) ۱ ۴) ۲

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۴۰ طول نقطه‌ی ماکسیمم نسبی تابع با ضابطه‌ی $f(x)=x^۴+\frac{۴}{۳}x^۳-۴x^۲$ کدام است؟

۱) -۲ ۲) -۱ ۳) ۰ ۴) ۱

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۴۱ در چه بازه‌ای $f(x)=x^۳-x^۲-x+۶$ نزولی و دارای جهت تقعر رو به بالا است؟

۱) $\left(-\frac{۱}{۶},\frac{۲}{۳}\right)$ ۲) $\left(-\frac{۱}{۳},\frac{۱}{۳}\right)$ ۳) $\left(\frac{۲}{۳},۲\right)$ ۴) $\left(\frac{۱}{۳},۱\right)$

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۴۲ روی خطی به موازات محور yها، نقاط M و N، به ترتیب، روی منحنی‌های $y=x^۳-۲x^۲+۱$ و $y=x^۳+۲x-۳$ بین نقاط تلاقی دو منحنی قرار دارند. بیشترین مقدار طول پاره‌خط MN کدام است؟

۱) ۲/۵ ۲) ۳/۵ ۳) ۴/۵ ۴) ۵/۵

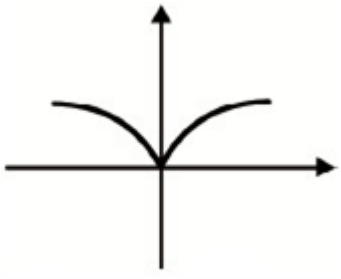
کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

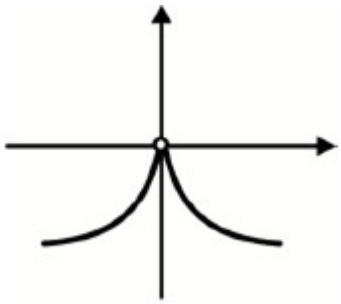
۴۳ اندازه‌ی بزرگ‌ترین بازه‌ای که در آن تابع $f(x)=\frac{۱}{۳}x^۳+\frac{۱}{۲}x^۲-۵۶x-۱۳$ نزولی اکید است، کدام است؟

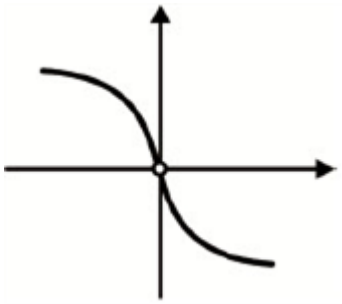
۱) ۱۳ ۲) ۱۵ ۳) ۱۴ ۴) ۱۶

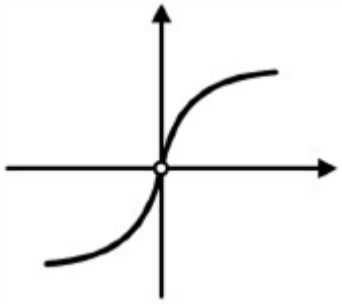
آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰

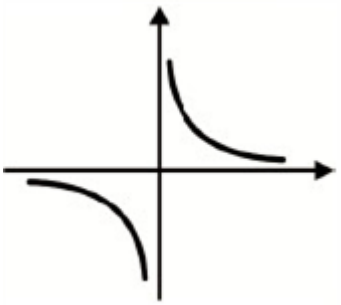
۴۴ اگر شکل مقابل نمودار تابع f باشد، نمودار تابع f' کدام است؟



۱)


۲)


۳)


۴)


آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰

۴۵ اگر در تابع $f(x)=ax^۳+bx^۲+۲a^۲x$ نقطه $(۲,۱۶)$ ماکسیمم نسبی باشد، b کدام است؟

۱) -۲۰ ۲) -۲ ۳) ۰ ۴) ۴

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی۹۹_۰۰

۴۶ اگر $A(۱,-۲)$ نقطه‌ی عطف منحنی به معادله‌ی $y=ax^۳+bx^۲-۳x-۱$ باشد. مقدار تابع در نقطه‌ی ماکزیمم نسبی آن، کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) فاقد ماکزیمم نسبی

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۴۷ اگر $A(۱,-۱۱)$ نقطه‌ی عطف نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x)=x^۳+ax^۲+bx$ باشد، آن‌گاه مقدار $f(-۱)$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۴۸ در کدام بازه تعقر منحنی تابع با ضابطه‌ی $f(x)=x^{\frac{۶}{۵}}-۱۲x^{\frac{۱}{۵}}$ روبه پایین است؟

۱) $(-\infty,-۸)$ ۲) $(-۸,۰)$ ۳) $(-۴,۲)$ ۴) $(۰,۲)$

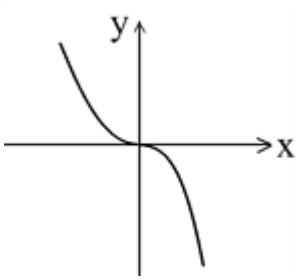
کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۴۹ کم‌ترین مقدار تابع $y = \frac{۱}{۴}x^۴ - x^۳ - ۲x^۲$ ، کدام است؟

۱) -۳۶ ۲) -۳۲ ۳) -۲۴ ۴) -۱۸

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۵۰ شکل مقابل نمودار تابع $y = ax^۳ + bx^۲ - ۴x$ است.
کدام دوتایی برای (a, b) می‌تواند مورد قبول باشد؟



۱) $(-۱, ۳)$ ۲) $(-۱, ۶)$ ۳) $(۱, -۲)$ ۴) $(۱, ۴)$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۵۱ اگر $A_n = \{۱, ۲, ۳, \ldots, n\}$ و مجموعهٔ $D = (A_۱ \cup A_۲ \cup \ldots \cup A_n) - (A_۱ \cap A_۲ \cap \ldots \cap A_n)$ باشد، تعداد زیرمجموعه‌های D کدام است؟

۱) ۱ ۲) n ۳) ۲^n ۴) $۲^{n-۱}$

آزمون های آزمایشی-یازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳

۵۲ اگر $A \cup B = A - B$ باشد، مجموعه $[A - (B \cup A')'] \cup (B' \cap A)$ برابر کدام است؟

۱) A ۲) B ۳) ϕ ۴) $\cup$

آزمون های آزمایشی-یازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۵۳ چه تعداد از تساوی‌های زیر برقرار <u>نیستند</u>؟

الف) $(X \subseteq A) \wedge (X \subseteq A') \Rightarrow X = \emptyset$
ب) $(A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A) = A \cap B$
پ) $[(A \cap B') \cup (A \cap B)]' = A$
ت) $(A \cup B) \cap (A' \cap B') = \emptyset$
ث) $[(A \cup B) - A] \cup (A \cap B) = B$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

آزمون های آزمایشی-یازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۵۴ اگر $P \Rightarrow q$ دارای ارزش نادرست و $r \Rightarrow (P \wedge q)$ دارای ارزش درست باشد، ارزش چند گزاره‌ی زیر <u>نادرست</u> است؟

الف) $\sim P \vee q$ ب) $P \wedge r$
ج) $r \Rightarrow q$ د) $P \Rightarrow r$
هـ) $P \Leftrightarrow q$ و) $P \Rightarrow (q \Rightarrow r)$

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

آزمون های آزمایشی-یازدهم-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰

۵۵ اگر گزاره‌ی $(P \wedge \sim q) \vee (\sim P \wedge q)$، گزاره‌ای <u>نادرست</u> باشد، آن‌گاه ارزش گزاره‌ی P با ارزش کدام گزاره برابر است؟

۱) $\sim q$ ۲) $P \Rightarrow \sim q$ ۳) q ۴) $q \Rightarrow \sim P$

آزمون های آزمایشی-یازدهم-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰

۵۶ چند درصد احتمال دارد که ارزش نهایی گزاره‌ی $(P \wedge q) \vee (\sim P \wedge q)$ در تمام حالات ارزشی ممکن برای P و q، درست باشد؟

۱) ۲۵ ۲) ۵۰ ۳) ۷۵ ۴) ۱۰۰

آزمون های آزمایشی-یازدهم-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰

۵۷ گزاره $P \Rightarrow [\sim(q \Rightarrow P) \vee q]$ با کدام گزاره هم‌ارز است؟

۱) $P \vee q$ ۲) $P \wedge q$ ۳) $P \Leftrightarrow q$ ۴) $P \Rightarrow q$

آزمون های آزمایشی-یازدهم-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰

۵۸ گزاره‌ی $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$ با کدام گزاره، هم‌ارز است؟

۱) $(p \vee q) \Rightarrow r$ ۲) $r \Rightarrow p \wedge q$ ۳) $(p \wedge q) \Rightarrow r$ ۴) $r \Rightarrow p \vee q$

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰

۵۹ کدام گزینه درباره‌ی ارزش گزاره‌ی $[P \Rightarrow (P \vee q)] \Rightarrow [P \Rightarrow (q \Rightarrow \sim P)]$، درست است؟

۱) همواره درست است. ۲) همواره نادرست است.

۳) به ارزش P بستگی دارد. ۴) به ارزش q بستگی دارد.

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی۹۹_۰۰

۶۰ مجموعه‌ی $A = \{۱, \{۱, ۲\}, \{۲, ۱\}, ۲, \{۱, ۲, ۲\}\}$، چند افراز، شامل مجموعه تک عضوی دارد؟

۱) ۴ ۲) ۱۱ ۳) ۲۱ ۴) ۲۸

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی۹۹_۰۰

۶۱ اگر $p \Leftrightarrow p \wedge q$ گزاره‌ای نادرست باشد، آنگاه ارزش گزاره $(p \Rightarrow q) \Rightarrow q$، با ارزش کدام گزاره یکسان است؟

۱) این گزاره همواره درست است. ۲) این گزاره همواره نادرست است.

۳) $p \Rightarrow q \vee r$ ۴) $p \Rightarrow q \wedge r$

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳

۶۲ کدام جمله <u>نادرست</u> است؟

۱) نقیض گزارهٔ «هر عدد فرد یک عدد اول نیست» به صورت «عدد فردی وجود دارد که اول است» می‌باشد.

۲) نقیض گزارهٔ «هر اروپایی انگلیسی نیست» به صورت «بعضی از اروپایی‌ها انگلیسی هستند» است.

۳) نقیض گزارهٔ «حداقل یک عدد اول زوج وجود دارد» به صورت «همهٔ اعداد اول، فرد هستند» است.

۴) نقیض گزارهٔ «بعضی مربع‌ها مستطیل هستند» به صورت «همهٔ مربع‌ها مستطیل هستند» است.

آزمون های آزمایشی-یازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳

۶۳ اگر دو عضو جدید به مجموعهٔ A اضافه کنیم به تعداد زیرمجموعه‌های A، ۷۶۸ واحد اضافه می‌شود. اگر دو عضو از A حذف کنیم، چند زیرمجموعه حذف می‌شود؟

۱) ۱۹۲ ۲) ۱۴۴ ۳) ۲۵۶ ۴) ۱۲۸

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۳

۶۴ کدام گزارهٔ مرکب زیر، هم‌ارز منطقی با گزاره $p \Leftrightarrow q$ است؟

۱) $(p \wedge q) \Rightarrow (p \Rightarrow q)$ ۲) $(\sim p \vee q) \Rightarrow (p \Rightarrow q)$

۳) $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$ ۴) $(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)$

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۶۵ جدول ارزش‌های n گزاره دارای ۲۵۶ سطر (حالت) است. در چند حالت، ارزش دقیقاً ۲ گزاره «درست» است؟

۱) ۶۴ ۲) ۳۲ ۳) ۲۸ ۴) ۵۶

آزمون های آزمایشی-یازدهم-سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

۶۶ کدام گزاره هم‌ارز با گزاره $x \notin A - (B \cup C)$ است؟

۱) $x \notin A \wedge (x \in \mathrm{B} \vee x \in \mathrm{C})$ ۲) $x \notin A \wedge x \in \mathrm{B} \wedge x \in \mathrm{C}$

۳) $x \notin A \vee x \in \mathrm{B} \vee x \in \mathrm{C}$ ۴) $x \notin A \vee (x \in \mathrm{B} \vee x \in \mathrm{C})$

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی۹۹_۰۰

۶۷ عکس نقیض گزاره‌ی $P \Rightarrow [q \Rightarrow (P \wedge q)]$ هم‌ارز کدام مورد است؟

۱) F ۲) $\sim P$ ۳) $\sim q$ ۴) T

آزمون های آزمایشی-یازدهم-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰

۶۸ با توجه به قوانین جبر مجموعه‌ها، چند مورد از تساوی‌ها و نتیجه‌گیری‌های زیر درست است؟

الف) $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$ ب) $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$

ج) $A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C)$ د) $A - (B - C) = (A - B) - C$

هـ) $A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A'$ و) $A \cup B = A \cap B \Rightarrow A = B$

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

آزمون های آزمایشی-یازدهم-سال تحصیلی۱۴۰۱_۱۴۰۰

۶۹ ارزش کدام گزاره زیر همواره نادرست است؟

۱) $p \vee (\sim q \wedge p)$ ۲) $(p \Leftrightarrow q) \vee ((p \wedge q) \Rightarrow p)$

۳) $(p \vee \sim p) \Leftrightarrow (p \Rightarrow p)$ ۴) $((p \wedge q) \Rightarrow p) \Rightarrow (p \wedge \sim p)$

آزمون های آزمایشی-دوازدهم-سال تحصیلی۹۹_۰۰

۷۰ اگر A و B و C سه مجموعه‌ی غیرتهی باشند، از کدام تساوی الزاما $A = B$ نتیجه می‌شود؟

۱) $A \times C = B \times C$ ۲) $A \cap C = B \cap C$

۳) $A \cup C = B \cup C$ ۴) $A \times (B - C) = (A - C) \times B$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

پاسخنامه تشریحی

۱ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. رشتهٔ بالمر دارای ۴ خط مرئی بوده و بقیه فوتون‌های گسیلی در محدوده فرابنفش و غیرمرئی هستند.

$$n' = ۲ \,,\, n = ۳ \,,\, ۴ \,,\, ۵ \,,\, \underline{۶} \,,\, \underline{۷} \,,\, \ldots$$

$\underline{۶}$: پرانرژی ترین فوتون مرئی

$\underline{۷}$: کم انرژی ترین فوتون فرابنفش (غیرمرئی)

$$\frac{۱}{\lambda} = R\left(\frac{۱}{n'^{۲}} - \frac{۱}{n^{۲}}\right) \Rightarrow f = \frac{C}{\lambda} = \mathrm{CR}\left(\frac{۱}{n'^{۲}} - \frac{۱}{n^{۲}}\right)$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{غیرمرئی } f_{\min} = ۳\times۱۰^{۱۵}\left(\frac{۱}{۲^{۲}} - \frac{۱}{۷^{۲}}\right) \\ \text{مرئی } f_{\max} = ۳\times۱۰^{۱۵}\left(\frac{۱}{۲^{۲}} - \frac{۱}{۶^{۲}}\right) \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta f = ۳\times۱۰^{۱۵}\left(\frac{۱}{۳۶} - \frac{۱}{۴۹}\right)$$

$$= ۳\times۱۰^{۱۵}\times\frac{۱۳}{۳۶\times۴۹} \Rightarrow \Delta f = \frac{۱۳}{۵۸۸}\times۱۰^{۱۵}\,\mathrm{Hz} = \frac{۱۳}{۵۸۸}\times۱۰^{۶}\,\mathrm{GHz}$$

۲ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا به کمک انرژی الکترون، شماره تراز فعلی آن را مشخص می‌کنیم:

$$E = \frac{-۱۳/۶}{n^{۲}} = -۰/۸۵ \Rightarrow n^{۲} = ۱۶ \Rightarrow n = ۴$$

کم‌انرژی‌ترین فوتون قابل گسیل در جهش الکترون از تراز ۴ به تراز ۳ محقق نشده و کم‌انرژی‌ترین فوتون قابل جذب موجب جهش الکترون از تراز ۴ به تراز ۵ می‌شود.

$$\text{حداقل قابل گسیل } \Delta E = E_{۴} - E_{۳} = -۰/۸۵ - \left(-\frac{۱۳/۶}{۹}\right) = ۰/۶۶\,\mathrm{eV}$$

$$\text{حداقل قابل جذب } \Delta E = E_{۵} - E_{۴} = \frac{-۱۳/۶}{۲۵} - (-۰/۸۵) \cong ۰/۳\,\mathrm{eV}$$

برای محاسبه اختلاف بسامد این دو فوتون، اختلاف انرژی آن‌ها را برابر hf قرار می‌دهیم:

$$E = \mathrm{hf} \Rightarrow (۰/۶۶ - ۰/۳) = ۴\times۱۰^{-۱۵}\times\Delta f \Rightarrow \Delta f = \frac{۰/۳۶}{۴\times۱۰^{-۱۵}} = ۰/۰۹\times۱۰^{۱۵}\mathrm{Hz} = ۹۰\,\mathrm{THz}$$

۳ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. گام اول:

$$k_{\max} = \mathrm{hf} - W_{۰} \Rightarrow W_{۰} = \mathrm{hf} - k_{\max} \Rightarrow \mathrm{hf}_{۰} = \mathrm{hf} - k_{\max} \Rightarrow f_{۰} = \frac{\mathrm{hf} - k_{\max}}{h}$$

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{۳\times۱۰^{۱۷}\,\frac{\mathrm{nm}}{s}}{۲۴۰\,\mathrm{nm}} = \frac{۱۰^{۱۶}}{۸}\mathrm{Hz}$$

گام دوم:

گام سوم:

$$f_{۰} = \frac{۴\times۱۰^{-۱۵}\times\frac{۱۰^{۱۶}}{۸} - ۰/۶}{۴\times۱۰^{-۱۵}} = \frac{۰/۵\times۱۰ - ۰/۶}{۴\times۱۰^{-۱۵}} = \frac{۴/۴}{۴\times۱۰^{-۱۵}} = ۱/۱\times۱۰^{۱۵}\,\mathrm{Hz}$$

۴ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. گام اول: می‌دانیم طول موج فرابنفش در سری لیمان $(n' = ۱, n = ۲, ۳, ۴, \dots)$ و بالمر $(n' = ۲ , n = ۳ , ۴ , ۵ , ۶ , ۷ , ۸ , \dots)$ وجود دارد.

مرئی — فرابنفش

طول موج‌های فرابنفش سری لیمان از طول موج‌های فرابنفش سری بالمر کوتاه‌ترند.

گام دوم: می‌دانیم در هر سری (به ازای ثابت n') هر چه n افزایش می‌یابد، λ کاهش می‌یابد. پس کوتاه‌ترین طول موج فرابنفش را باید در سر لیمان $(n' = ۱)$ و به ازای $(n = \infty)$ جست‌وجو نمود:

$$\frac{۱}{\lambda} = R\left(\frac{۱}{n'^{۲}} - \frac{۱}{n^{۲}}\right) = R\left(\frac{۱}{۱^{۲}} - \frac{۱}{\infty}\right) = R_{\text{فرابنفش}} \quad \Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{۱}{R} \ (۱)$$

گام سوم: می‌دانیم ۴ خط طیف مرئی در اتم H داریم که آن هم در سری بالمر $(n' = ۲)$ و آن هم به ازای $(n = ۳, ۴, ۵, ۶)$ است و می‌دانیم هر چه n زیاد شود λ کاهش می‌یابد. پس:

$$\begin{vmatrix} n' = ۲ \\ n = ۶ \end{vmatrix} \Rightarrow \lambda = \lambda'_{\text{مرئی}}\ \min \Rightarrow \frac{۱}{\lambda'_{\min}} = R\left(\frac{۱}{۲^{۲}} - \frac{۱}{۶^{۲}}\right) = R\left(\frac{۹ - ۱}{۳۶}\right) = \frac{۸R}{۳۶}$$

$$\Rightarrow \lambda'_{\min} = \frac{۳۶}{۸R} = \frac{۹}{۲R} \Rightarrow \lambda'_{\min} = \frac{۹}{۲R} \ (۲)$$

مرئی

گام چهارم:

$$(۱), (۲) : \frac{\lambda'_{\min}}{\lambda_{\min}} = \frac{\frac{۹}{۲R}}{\frac{۱}{R}} = ۴/۵$$

۵ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. گام اول: در سری بالمر $\begin{vmatrix} n'=۲ \\ n=۳,۴,۵,۶,۷,\dots \end{vmatrix}$ است. می‌دانیم در سری بالمر ۴ خط اول $\begin{vmatrix} n'=۲ \\ n=۳ \end{vmatrix}$ و $\begin{vmatrix} n'=۲ \\ n=۴ \end{vmatrix}$ و $\begin{vmatrix} n'=۲ \\ n=۵ \end{vmatrix}$ و $\begin{vmatrix} n'=۲ \\ n=۶ \end{vmatrix}$ مربوط به طیف مرئی است و $\begin{vmatrix} n'=۲ \\ n=۷ \end{vmatrix}$ و $\begin{vmatrix} n'=۲ \\ n=۸ \end{vmatrix}$ و ... مربوط به طیف فرابنفش سری بالمر است.

گام دوم: گسترهٔ طول موج سری بالمر در ناحیه مرئی:

$$\frac{۱}{\lambda}=R\left(\frac{۱}{n'^{۲}}-\frac{۱}{n^{۲}}\right)\Rightarrow\begin{cases}\frac{۱}{\lambda_۱}=R\left(\frac{۱}{۲^{۲}}-\frac{۱}{۳^{۲}}\right)=\frac{۵R}{۳۶}\Rightarrow\lambda_۱=\frac{۳۶}{۵R}\\ \frac{۱}{\lambda_۲}=R\left(\frac{۱}{۲^{۲}}-\frac{۱}{۶^{۲}}\right)=\frac{۳۲R}{۱۴۴}\Rightarrow\lambda_۲=\frac{۱۴۴}{۳۲R}\end{cases}$$

$$\Delta\lambda=\lambda_۱-\lambda_۲=\frac{۳۶}{۵R}-\frac{۱۴۴}{۳۲R}=\frac{۱۱۵۲-۷۲۰}{۱۶۰R}=\frac{۴۳۲}{۱۶۰R}\Rightarrow\Delta\lambda=\frac{۲/۷}{R}$$

گام سوم: گسترهٔ طول موج سری بالمر در ناحیه فرابنفش:

$$\frac{۱}{\lambda}=R\left(\frac{۱}{n'^{۲}}-\frac{۱}{n^{۲}}\right)\Rightarrow\begin{cases}\frac{۱}{\lambda_۳}=R\left(\frac{۱}{۲^{۲}}-\frac{۱}{۷^{۲}}\right)=\frac{۴۵R}{۱۹۶}\\ \frac{۱}{\lambda_۴}=R\left(\frac{۱}{۲^{۲}}-\frac{۱}{\infty}\right)=\frac{R}{۴}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\lambda_۳=\frac{۱۹۶}{۴۵R}\\ \lambda_۴=\frac{۴}{R}\end{cases}$$

$$\Rightarrow\Delta\lambda'=\frac{۱۹۶}{۴۵R}-\frac{۴}{R}=\frac{۱۶}{۴۵R}\Rightarrow\Delta\lambda'=\frac{۱۶}{۴۵R}$$

گام چهارم:

$$\frac{\Delta\lambda}{\Delta\lambda'}=\frac{\frac{۲/۷}{R}}{\frac{۱۶}{۴۵R}}=\frac{۱۲۱/۵}{۱۶}\cong۷/۶$$

۶ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$K=\frac{hc}{\lambda}-W_۰\Rightarrow K=\frac{۱۲۴۰}{۲۴۸}-۴/۵۵=۰/۴۵\text{eV}\Rightarrow K=۰/۴۵\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}$$

$$\Rightarrow K=۷/۲\times۱۰^{-۲}J$$

$$K=\frac{۱}{۲}mv^{۲}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{۲K}{m}}=\sqrt{\frac{۲(۷/۲\times۱۰^{-۲۰})}{۹\times۱۰^{-۳۱}}}=۴\times۱۰^{۵}$$

۷ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lambda_۲=\frac{۴۰}{۱۰۰}\times\lambda_۱\Rightarrow f_۲=\frac{۱۰۰}{۴۰}\times f_۱=\frac{۵}{۲}f_۱=\frac{۲۵}{۲}\times۱۰^{۱۴}$$

$$K_{\text{Max}_۱}=hf-W_۰\Rightarrow۱=۴\times۱۰^{-۱۵}\times(۵\times۱۰^{۱۴})-W_۰\Rightarrow W_۰=۱\,\text{ev}$$

$$K_{\text{Max}_۲}=hf-W_۰=۴\times۱۰^{-۱۵}\times\left(\frac{۲۵}{۲}\times۱۰^{۱۴}\right)-۱=۴\,\text{ev}$$

$$\frac{v_۲}{v_۱}=\sqrt{\frac{K_{\text{Max}_۲}}{K_{\text{Max}_۱}}}=\sqrt{\frac{۴}{۱}}=۲$$

۸ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

رابطه اصلی: $E=\frac{hc}{\lambda}$

اول محاسبه hc : $hc=۶/۶۳\times۱۰^{-۳۴}\times۳\times۱۰^{۸}=۱۹/۹\times۱۰^{-۲۶}\ J.m$

حال J را برحسب ev و m را به nm تبدیل می‌کنیم:

$$hc=۱۹/۹\times۱۰^{-۲۶}\times\left(\frac{۱ev}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\ J}\right)\times\left(\frac{۱nm}{۱۰^{-۱۹}\ m}\right)=۱/۲۴\times۱۰^{۳}\ ev.nm$$

$$\rightarrow E=\frac{۱/۲۴\times۱۰^{۳}\ ev.nm}{۵۰۰nm}=۲/۴۸ev$$

۹ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. معادلهٔ کلی $\frac{۱}{\lambda}=R\left(\frac{۱}{n'^{۲}}-\frac{۱}{n^{۲}}\right)$

$$\frac{۱}{\lambda_۱}=R\left(\frac{۱}{۳^{۲}}-\frac{۱}{۴^{۲}}\right)=۰/۰۱۱\times\frac{۱۶-۹}{۱۴۴}=\frac{۷۷\times۱۰^{-۳}}{۱۴۴}\Rightarrow\frac{۱}{\lambda_۱}\Rightarrow\lambda_۱=\frac{۱۴۴}{۷۷\times۱۰^{-۳}}=۱۸۷۰\ nm$$

$$\frac{۱}{\lambda_۲}=R\left(\frac{۱}{۳^{۲}}-\frac{۱}{۵^{۲}}\right)=۰/۰۱۱\times\frac{۲۵-۹}{۲۲۵}=\frac{۱۷۶\times۱۰^{-۳}}{۲۲۵}\Rightarrow\lambda_۲=\frac{۲۲۵}{۱۷۶\times۱۰^{-۳}}=۱۲۷۸\ nm$$

۱۰ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. به کمک رابطه فوتوالکتریک، داریم:

$$K_{max}=hf-W_۰\rightarrow\begin{cases}K_{max_۱}=hf_۱-W_۰ & (I)\\ K_{max_۲}=hf_۲-W_۰ & (II)\end{cases}$$

$$\xrightarrow{(I)-(II)}\Delta K_{max}=hf_۱-hf_۲\xrightarrow{\frac{\lambda_۲}{\lambda_۱}=\frac{۵}{۴}\rightarrow\frac{hf_۲}{hf_۱}=\frac{۴}{۵}}۰/۶=hf_۱-\frac{۴}{۵}hf_۱$$

$$\rightarrow hf_۱=۳eV\quad(III)$$

$$\xrightarrow{(I)\ ;(III)}۲/۲=۳-W_۰\rightarrow W_۰=۰/۸\ eV$$

۱۱ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طیف تشکیلی توسط جامدات همواره یک طیف پیوسته است. هیچ طول موج مشترکی در رشته‌های اتم هیدروژن وجود ندارد.

۱۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. شعاع مدار الکترون‌ها در اتم هیدروژن کوانتومی است:

$$\begin{cases}r_n=n^{۲}a_۰\\ r_{n+۲}=(n+۲)^{۲}a_۰\end{cases}\rightarrow\Delta r=((n+۲)^{۲}-n^{۲})a_۰=(۴n+۴)a_۰=۱۲a_۰\rightarrow n=۲$$

پس الکترون میان مدارهای $n_۱=۲$ و $n_۲=۴$ جابه‌جا شده است:

$$E_n=-\frac{E_R}{n^{۲}}\rightarrow|\Delta E|=\left|-E_R\left(\frac{۱}{۲^{۲}}-\frac{۱}{۴^{۲}}\right)\right|=\frac{۳}{۱۶}E_R$$

۱۳ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $hc=۱۲۰۰\ nm.ev=۱/۲\mu m.ev$

$$k_m=hf-w_۰\Rightarrow۴/۴=\frac{hc}{\lambda}-۲/۸\Rightarrow۷/۲=\frac{۱/۲}{\lambda}\Rightarrow\lambda=\frac{۱۲}{۷۲}=\frac{۱}{۶}\mu m$$

۱۴ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\left.\begin{array}{l} K_{\max}=\frac{۱}{۲}mV_{\max}^{۲}=\frac{hc}{\lambda_۱}-W_۰ \\ K'_{\max}=\frac{۱}{۲}mV'^{۲}_{\max}=\frac{hc}{\lambda_۲}-W_۰ \end{array}\right\} \Rightarrow \left(\frac{V_{\max}}{V'_{\max}}\right)^{۲}=\frac{\frac{۱۲۰۰}{۲۰۰}-۳}{\frac{۱۲۰۰}{۳۰۰}-۳}=۳$$

$$\Rightarrow \frac{V_{\max}}{V'_{\max}}=\sqrt{۳} \Rightarrow \frac{N'_{\max}}{N_{\max}}=\frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

۱۵ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بلندترین طول موج رشته‌ی بالمر به ازای گذار $۲ \rightarrow ۳$ گسیل می‌شود.

$$E_n=\frac{-۱۳/۶\,\text{eV}}{n^۲}$$

$$E_۲=\frac{-۱۳/۶}{۴}, E_۳=\frac{-۱۳/۶}{۹}, E_V-E_L=\text{hf}=h\frac{c}{\lambda}$$

$$E_۳-E_۲=-۱۳/۶\left(\frac{۱}{۹}-\frac{۱}{۴}\right)=\frac{۱۳/۶(۵)}{۹\times۴}=\frac{۱۲۰۰\,\text{eV.nm}}{\lambda} \Rightarrow \lambda=۶۳۵/۳\,\text{nm}$$

$$\Rightarrow \lambda \simeq ۶۳۶\,\text{nm}$$

۱۶ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به معادله ریدبرگ داریم:

$$\frac{۱}{\lambda}=R\left(\frac{۱}{n_۲^۲}-\frac{۱}{n^۲}\right) \Rightarrow \frac{۱}{\lambda_{\min}}=R\left(\frac{۱}{n_۲^۲}-\frac{۱}{\infty^۲}\right) \Rightarrow \lambda_{\min}=\frac{n^۴}{R}\,(I) \Rightarrow \lambda_{\min}=۱۰۰n^۴$$

$$(\lambda_{\min})_۲-(\lambda_{\min})_۱=۵۰۰ \xrightarrow{(I)} ۵۰۰=۱۰۰\left(n'^۲_۲-n'^۲_۱\right) \Rightarrow ۵۰۰=۱۰۰\left((n_۱+۱)^۲-n'^۲_۱\right)$$

اگر $n'=۲$ (رشته بالمر) باشد، پس $n'+۱=۳$ (پاشن) است.

۱۷ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با استفاده از رابطه $K_{\max}=h(f-f_۰)$ می‌توان نوشت:

$$A\text{فلز}\begin{cases} ۰/۵=h(f_۱-f_{۰A}) \\ ۴=h(۲f_۱-f_{۰A}) \end{cases} \Rightarrow \frac{۰/۵}{۴}=\frac{f_۱-f_{۰A}}{۲f_۱-f_{۰A}} \Rightarrow f_{۰A}=\frac{۶}{۷}f_۱$$

$$B\text{فلز}\begin{cases} ۲/۵=h(f_۱-f_{۰B}) \\ ۶=h(۲f_۱-f_{۰B}) \end{cases} \Rightarrow \frac{۲/۵}{۶}=\frac{f_۱-f_{۰B}}{۲f_۱-f_{۰B}} \Rightarrow f_{۰B}=\frac{۲}{۷}f_۱$$

$$\frac{\lambda_{۰A}}{\lambda_{۰B}}=\frac{f_{۰B}}{f_{۰A}}=\frac{\frac{۲}{۷}}{\frac{۶}{۷}}=\frac{۱}{۳}$$

۱۸ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

کوتاه‌ترین طول موج مرئی بالمر $(n'=۲, n=۶) \Rightarrow \frac{۱}{\lambda} \Rightarrow R\left(\frac{۱}{n_۲^۲}-\frac{۱}{n^۲}\right)=\frac{۱}{۱۰۰}\left(\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۳۶}\right)$

$$\Rightarrow \lambda=۴۵۰\,\text{nm}$$

بلندترین طول موج پاشن $(n'=۳, n=۴) \Rightarrow \frac{۱}{\lambda}=\frac{۱}{۱۰۰}\left(\frac{۱}{۹}-\frac{۱}{۱۶}\right) \Rightarrow \lambda \cong ۲۰۵۷\,\text{nm}$

$$\Rightarrow ۲۰۵۷-۴۵۰=۱۶۰۷\,\text{nm}$$

۱۹ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$R_۴ = (۴)^۲ R_۱ = ۱۶ \times ۵ \times ۱۰^{-۱۱} = ۸۰ \times ۱۰^{-۱۱} m = ۸ \times ۱۰^{-۱۰} = ۸^\circ A$$

۲۰ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۲۱ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

الف) نادرست ب) نادرست پ) درست ت) درست

۲۲ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فیزیک کلاسیک قادر به توجیه تابش گرمایی است و آن را نتیجهٔ ارتعاش ذرات باردار در سطح جسم می‌داند. هر چه دما بالاتر رود این ارتعاشات بیشتر می‌شود و در نتیجه امواج الکترومغناطیسی با شدت بیشتری تابش می‌شوند.

۲۳ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$r_n = a.n^۲ \Rightarrow \frac{rn_۲}{rn_۱} = \left(\frac{n_۲}{n_۱}\right)^۲ = \frac{۲۵}{۴}$$

$$\Delta E = E_۵ - E_۲ = -۰/۵۴۴ - (-۳/۴) = ۲/۸۵۶ \text{ eV}$$

۲۴ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow ۲/۵ \times ۱۰^{۱۴} = \frac{۳ \times ۱۰^۸}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{۳ \times ۱۰^۸}{۲/۵ \times ۱۰^{۱۴}} = \frac{۶}{۵} \times ۱۰^{-۶}$$

$$\frac{۱}{\lambda} = R\left(\frac{۱}{n'^۲} - \frac{۱}{n^۲}\right) \Rightarrow \frac{۵}{۶} \times ۱۰^۶ = ۱۰^{-۲}\left(\frac{۱}{n^۲} - \frac{۱}{(n+۳)^۲}\right) \Rightarrow n = ۳ \text{ پاشن}$$

۲۵ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{۱}{\lambda} = R\left(\frac{۱}{n'^۲} - \frac{۱}{n^۲}\right)$$

$$\frac{۱}{\lambda_{min}} = \frac{۱}{۱۰۰}\left(\frac{۱}{۹} - \frac{۱}{\infty}\right) \Rightarrow \lambda_{min} = ۹۰۰\text{nm} = ۰/۹\mu\text{m}$$

$$\frac{۱}{\lambda_{max}} = \frac{۱}{۱۰۰}\left(\frac{۱}{۹} - \frac{۱}{۱۶}\right) \Rightarrow \lambda_{max} = ۲\mu\text{m}$$

۲۶ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مخرج یک ریشهٔ ساده دارد که این یعنی یک ریشهٔ آن با صورت ساده شده است. از آنجا که نمودار حفره ندارد، پس مخرج ریشهٔ مضاعف دارد. این ریشه عدد مثبت است؛ لذا $x^۲ + ax + ۱ = (x-۱)^۲$ و در نتیجه $a = -۲$ است.

اما صورت با توجه به $x^۲ - ۳x$ باید به این شکل باشد: $x^۲ - ۳x + b = (x-۱)(x-۲) \Rightarrow b = ۲$

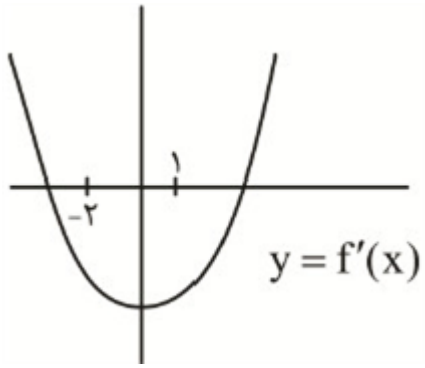
پس $ab = -۴$ است.

۲۷ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. باید $-۲, ۱$ بین ریشه‌های $f'(x)$ باشند؛ یعنی:

$$f'(x) = x^۲ + ۲ax - ۳a$$

برای این کار باید $f'(۱) < ۰$ و $f'(-۲) < ۰$ باشد:

$$\begin{cases} ۱ + ۲a - ۳a < ۰ \\ ۴ - ۴a - ۳a < ۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۱ < a \\ \frac{۴}{۷} < a \end{cases} \xrightarrow{\cap} ۱ < a$$



۲۸ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر خط $y = k$ را اکسترمم نسبی تابع در نظر بگیریم، معادلهٔ $f(x) = k$ باید ریشه مضاعف داشته باشد.

$$\frac{x^۲ + ۲}{x + ۱} = k \Rightarrow x^۲ + ۲ = kx + k \Rightarrow x^۲ - kx + ۲ - k = ۰$$

$$\Delta = ۰ \Rightarrow k^۲ - ۴(۲ - k) = ۰ \Rightarrow k^۲ + ۴k - ۸ = ۰$$

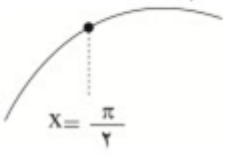
ریشه‌های این معادله y_{max} و y_{min} تابع هستند و مجموع آن‌ها را به کمک فرمول $S = -\frac{b}{a} = -\frac{۴}{۱} = -۴$ محاسبه می‌کنیم.

۲۹ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

f در همسایگی $x = \frac{\pi}{۲}$ صعودی است. (۱) $f'(x) = ۲x + ۲\sin ۲x \rightarrow f'(\frac{\pi}{۲}) = ۲(\frac{\pi}{۲}) + ۲\sin \pi = \pi > ۰$

جهت تقعر در $x = \frac{\pi}{۲}$ رو به پایین است. (۲) $f''(x) = ۲ + ۴\cos ۲x \rightarrow f''(\frac{\pi}{۲}) = ۲ + ۴\cos(\pi) = ۲ - ۴ = -۲ < ۰$

(۱) , (۲) $\Rightarrow$



۳۰ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f'(x) = ۳ax^۲ + ۲bx + ۲a^۲$$

ماکزیمم نسبی $(۲, ۱۶)$ $\begin{cases} f(۲) = ۱۶ \Rightarrow ۱۶ = ۸a + ۴b + ۴a^۲ \ (۱) \\ f'(۲) = ۰ \Rightarrow ۱۲a + ۴b + ۲a^۲ = ۰ \ (۲) \end{cases}$

$۱, ۲ \Rightarrow a^۲ - ۲a - ۸ = ۰ \begin{cases} a = -۲ , b = ۴ \Rightarrow a \times b = -۸ \\ a = ۴ \text{ غ ق ق} \end{cases}$ (چون به ازای $a = ۴$ نقطه $(۲, ۱۶)$ مینیمم نسبی می شود)

۳۱ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا دامنه تابع f را مشخص می‌کنیم:

$$۳۶ - x^۲ \geq ۰ \Rightarrow -۶ \leq x \leq ۶$$

شرط اینکه تابع f در بازهٔ موردنظر صعودی اکید باشد آن است که $f'(x) > ۰$:

$$f'(x) = ۲ + \frac{-x}{\sqrt{۳۶ - x^۲}} = \frac{۲\sqrt{۳۶ - x^۲} - x}{\sqrt{۳۶ - x^۲}} > ۰$$

مخرج کسر تابع مشتق همواره مثبت است، بنابراین:

$$۲\sqrt{۳۶ - x^۲} - x > ۰ \Rightarrow ۲\sqrt{۳۶ - x^۲} > x$$

نامعادلهٔ فوق به ازای $-۶ \leq x \leq ۰$ برقرار است. به ازای $x \geq ۰$:

$$۴(۳۶ - x^۲) > x^۲ \Rightarrow x^۲ < \frac{۱۴۴}{۵} \Rightarrow ۰ \leq x \leq \frac{۱۲}{\sqrt{۵}}$$

چون تابع در $x = ۰$ پیوسته است و در نقطه $x = \frac{۱۲}{\sqrt{۵}}$ مقدار مشتق صفر می‌شود، بنابراین بازه $\left[-۶, \frac{۱۲}{\sqrt{۵}}\right]$ بزرگترین بازه‌ای است که تابع f اکیداً صعودی است:

$$a = -۶, b = \frac{۱۲}{\sqrt{۵}}$$

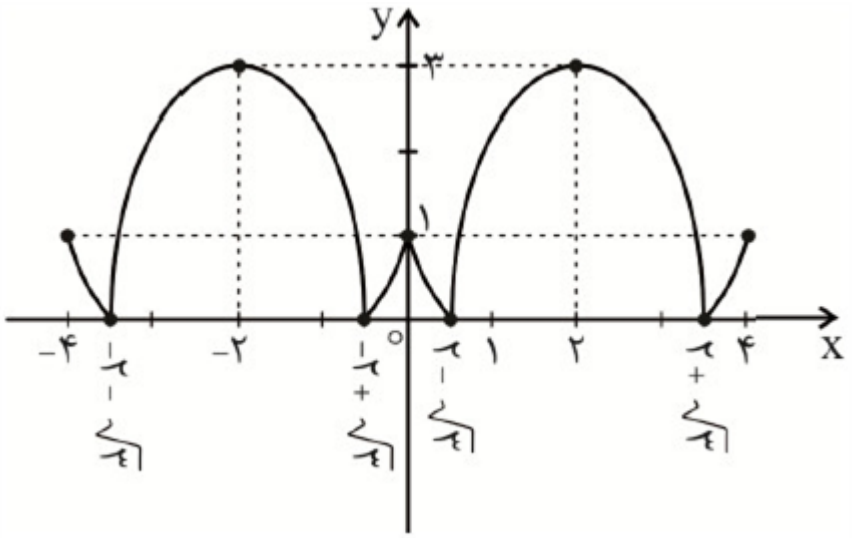
$$b\sqrt{۵} - a = \frac{۱۲}{\sqrt{۵}} \times \sqrt{۵} - (-۶) = ۱۲ + ۶ = ۱۸$$

۳۲ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$x \geq ۰ \Rightarrow f(x) = |x^۲ - ۴x + ۱| \Rightarrow$ مشتق عبارت درون قدرمطلق $= ۰ \Rightarrow ۲x - ۴ = ۰ \Rightarrow x = ۲$

$x < ۰ \Rightarrow f(x) = |x^۲ + ۴x + ۱| \Rightarrow$ مشتق عبارت درون قدرمطلق $= ۰ \Rightarrow ۲x + ۴ = ۰ \Rightarrow x = -۲$

با رسم نمودار سهمی درون قدرمطلق و سپس اعمال قدرمطلق، نمودار نهایی تابع $f(x)$ در بازهٔ $[-۴, ۴]$ به صورت زیر است:



$x = -۴$ بحرانی

$$\left.\begin{array}{c} x = -۲ - \sqrt{۳} \text{ بحرانی، مطلق و نسبی Min (نقطه گوشه ای)} \\ x = -۲ \text{ بحرانی، مطلق و نسبی Max} \\ x = -۲ + \sqrt{۳} \text{ بحرانی، مطلق و نسبی Min (نقطه گوشه ای)} \\ x = ۰ \text{ بحرانی و نسبی Max (نقطه گوشه ای)} \\ x = ۲ - \sqrt{۳} \text{ بحرانی، مطلق و نسبی Min (نقطه گوشه ای)} \\ x = ۲ \text{ بحرانی، مطلق و نسبی Max} \\ x = ۲ + \sqrt{۳} \text{ بحرانی، مطلق و نسبی Min (نقطه گوشه ای)} \\ x = ۴ \text{ بحرانی} \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = ۹ \\ n = ۲ \\ p = ۳ \\ q = ۴ \\ r = ۴ \\ s = ۵ \end{cases} \Rightarrow m^۲ + n^۲ + p^۲ + q^۲ + r^۲ + s^۲ = ۱۵۱$$

۳۳ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x)=x^{۳}-ax^{۲}-۹x$$

$$f'(x)=۳x^{۲}-۲ax-۹$$

$$x'+x''=-\frac{-۲a}{۳}=۲\Rightarrow a=۳\Rightarrow\begin{cases}f(x)=x^{۳}-۳x^{۲}-۹x\\ f'(x)=۳x^{۲}-۶x-۹\end{cases}$$

$$f'(x)=۰\Rightarrow\begin{cases}x_۱=-۱\\ x_۲=۳\end{cases}$$ طول اکسترمم‌های نسبی

$$\begin{cases}f(-۱)=۵\\ f(۳)=-۲۷\end{cases}$$ عرض اکسترمم های نسبی $\Rightarrow ۵+(-۲۷)=-۲۲$

۳۴ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر حاصل‌ضرب دو مقدار مثبت برابر عدد ثابتی باشد، حاصل‌جمع آن دو عدد وقتی می‌نیمم است که آن دو عدد با هم برابر باشند.

$$x.y=۲۵۶\Rightarrow y=\frac{۲۵۶}{x}$$

می‌نیمم باشد : $z=x+y\Rightarrow z=x+\frac{۲۵۶}{x}=\frac{x^{۲}+۲۵۶}{x}$

$$Z'=\frac{۲x^{۲}-x^{۲}-۲۵۶}{x^{۲}}=۰\Rightarrow x^{۲}-۲۵۶=۰\Rightarrow x=۱۶\Rightarrow y=۱۶$$

$$(d:\text{قطر})\Rightarrow d^{۲}=۱۶^{۲}+۱۶^{۲}=۲۵۶+۲۵۶=۵۱۲\Rightarrow d=۱۶\sqrt{۲}$$

۳۵ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. باید دلتای تابع $y=ax^{۲}+ax+۱$ کوچک‌تر و یا مساوی صفر باشد پس:

$$a^{۲}-۴a\leq ۰\Rightarrow ۰\leq a\leq ۴$$

از طرفی به ازای $a=۰$ تابع $f(x)$ به تابع ثابت $f(x)=۱$ تبدیل می‌شود که دارای بی‌شمار نقطه‌ی بحرانی است پس a می‌تواند ۴ مقدار صحیح را اختیار کند.

۳۶ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f'(x)=\frac{(۲-۲x)(x+۱)^{۲}-(۲x-x^{۲})(۲(x+۱))}{(x+۱)^{۴}}=\frac{۲(x+۱)((۱-x)(۱+x)-۲x+x^{۲})}{(x+۱)^{۴}}$$

$$f'(x)=\frac{۲(۱-x^{۲}-۲x+x^{۲})}{(x+۱)^{۳}}=\frac{۲(۱-۲x)}{(x+۱)^{۳}}$$

$$\left.\begin{array}{l}f'(x)=۰\Rightarrow x=\frac{۱}{۲}\Rightarrow y=\frac{۱}{۳}\ \text{ماکزیمم نسبی}\\ \text{فاصله } y=-۱ \text{ مجانب افقی}\end{array}\right\}\Rightarrow \text{فاصله}=\left|\frac{۱}{۳}-(-۱)\right|=\frac{۴}{۳}$$

۳۷ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$y' = ۲x^۲ - ۲(m-۱)x + ۸$

باید ریشه‌های مشتق (ریشه‌های مشتق طول‌های ماکزیمم و می‌نیمم است.) منفی و متمایز باشند بنابراین داریم:

$$\begin{cases} \Delta > ۰ \Rightarrow ۴(m-۱)^۲ - ۶۴ > ۰ \Rightarrow (m-۱)^۲ > ۱۶ \Rightarrow m-۱ > ۴ \text{ یا } m-۱ < -۴ \Rightarrow m > ۵ \text{ یا } m < -۳ \quad (I) \\ S < ۰ \Rightarrow \frac{-b}{a} < ۰ \Rightarrow \frac{۲(m-۱)}{۲} < ۰ \Rightarrow m < ۱ \quad (II) \\ P > ۰ \Rightarrow \frac{c}{a} > ۰ \Rightarrow \frac{۸}{۲} > ۰ \Rightarrow ۴ > ۰ \end{cases}$$

$\xrightarrow{(I)\cap(II)} m < -۳$

$y'' = ۴x - ۲(m-۱) = ۰ \Rightarrow x_c = \frac{m-۱}{۲}$ (طول نقطه‌ای عطف)

$m < -۳ \xrightarrow{-۱} m-۱ < -۴ \xrightarrow{\div ۲} \frac{m-۱}{۲} < -۲ \Rightarrow x_c < -۲ \Rightarrow x_c \in (-\infty, -۲)$

۳۸ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. برای آن‌که تابع صعودی باشد، باید $f'(x) > ۰$ و برای آن‌که تقعر آن رو به پایین باشد، باید $f''(x) < ۰$ باشد.

$$f(x) = \frac{۱}{۴}x^۴ + \frac{۱}{۲}x^۳ - ۳x^۲ \Rightarrow f'(x) = x^۳ + ۳۲x^۲ - ۶x > ۰ \Rightarrow ۲x^۳ + ۳x^۲ - ۱۲ = ۰$$

$$\Rightarrow x(۲x^۲ + ۳x - ۱۲) = ۰ \Rightarrow x = ۰, x = \frac{-۳ \pm \sqrt{۹ + ۹۶}}{۴} = \begin{cases} x' \cong \frac{۷}{۴} \\ x'' \cong -\frac{۱۳}{۴} \end{cases}$$

x	$-\infty$	$-\frac{۱۳}{۴}$	۰	$\frac{۷}{۴}$	$+\infty$
y'	−	۰	+	۰	−	۰	+

تابع در بازه‌ی $\left(-\frac{۱۳}{۴}, ۰\right)$ و $\left(\frac{۷}{۴}, +\infty\right)$ صعودی است.

$f''(x) = ۳x^۲ + ۳x - ۶ < ۰ \Rightarrow x^۲ + x - ۲ < ۰ \Rightarrow -۲ < x < ۱$

در بازه‌ی $(-۲, ۱)$ تقعر تابع به طرف پایین است. اشتراک $f' > ۰$ و $f'' < ۰$ بازه‌ی $(-۲, ۰)$ می‌باشد.

۳۹ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. برای تعیین طول نقطه‌ی عطف تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{۲}{۳}x^۳ - ۳x^۲ + ax$ ، ریشه‌ی ساده‌ی مشتق دوم تابع را محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$- ۳x^۲ + ax \Rightarrow f'(x) = ۲x^۲ - ۶x + a \Rightarrow f''(x) = ۴x - ۶ = ۰ \Rightarrow x_{\text{عطف}} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow y_{\text{عطف}} = \frac{۱۸a - ۵۴}{۱۲} = \frac{۳a - ۹}{۲}$$

$\xrightarrow{\text{مختصات نقطه ی عطف}} I\left(\frac{۳}{۲}, \frac{۳a-۹}{۲}\right)$

چون نقطه‌ی عطف منحنی روی نیمساز ناحیه‌ی چهارم قرار دارد، در نتیجه $y_{\text{عطف}} = -x_{\text{عطف}}$ است. پس می‌نویسیم:

$$y = -x \in \text{نقطه ی عطف} \Rightarrow y_{\text{عطف}} = -x_{\text{عطف}} \Rightarrow \frac{۳a-۹}{۲} = -\frac{۳}{۲} \Rightarrow ۳a - ۹ = -۳ \Rightarrow ۳a = ۶ \Rightarrow a = ۲$$

۴۰ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. برای تعیین طول‌های نقاط اکسترمم نسبی تابع با ضابطه‌ی $f(x)=x^{۴}+\frac{۴}{۳}x^{۳}-۴x^{۲}$، کافی است ابتدا از ضابطه‌ی تابع مشتق گرفته و سپس ریشه‌های ساده‌ی مشتق را مشخص کنیم:

$$f'(x)=۴x^{۳}+۴x^{۲}-۸x=۴x(x^{۲}+x-۲)=۰ \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x=۰ & \text{ریشه ی ساده} \\ x=۱ & \text{ریشه ی ساده} \\ x=-۲ & \text{ریشه ی ساده} \end{cases} \Rightarrow \text{تابع شامل اکسترمم نسبی است ۳}$$

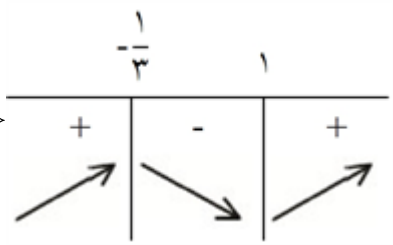
حال با استفاده از جدول تغییرات تابع (آزمون مشتق اول) طول ماکزیمم نسبی این تابع به دست می‌آید.

x	$-\infty$	-۲	۰	۱	$+\infty$
f'(x)	-	+	-	+	
f(x)	↘	min نسبی	↗ max نسبی	↘ min نسبی	↗

$\Rightarrow x=۰$ طول نقطه ی ماکزیمم نسبی تابع f است

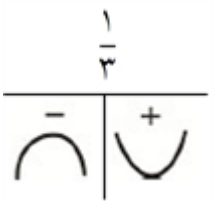
۴۱ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای یکنوایی داریم:

$$f'(x)=۳x^{۲}-۲x-۱=(x-۱)(۳x+۱) \Rightarrow$$



اما برای جهت تقعر داریم:

$$f''(x)=۶x-۲=۲(۳x-۱) \Rightarrow$$



در بازهٔ $\left(-\frac{۱}{۳},۱\right)\cap\left(\frac{۱}{۳},\infty\right)=\left(\frac{۱}{۳},۱\right)$ هم f نزولی است هم تقعر رو به بالا است.

۴۲ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

تفاضل yها : $y_{۱}-y_{۲}=(x^{۳}+۲x-۳)-(x^{۳}-۲x^{۲}+۱)=۲x^{۲}+۲x-۴$

$$-\frac{b}{۲a}=-\frac{۲}{۴}=-\frac{۱}{۲}$$

$$y_{۱}-y_{۲}=۲\times\frac{۱}{۴}+۲\times-\frac{۱}{۲}-۴=-۴/۵$$

۴۳ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f'(x)=x^{۲}+x-۵۶=۰ \Rightarrow \begin{cases} x=-۸ \\ x=۷ \end{cases}$$

x	$-\infty$	-۸	۷	$+\infty$
f′	+	‖ −	‖	+

بازهٔ نزولی اکید

طول بازه نزولی اکید بودن f $=۷-(-۸)=۱۵$

۴۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. f در بازه‌ی $(-\infty, ۰)$ نزولی است، بنابراین $f' < ۰$ (نمودار f' زیر محور xها)
f در بازه‌ی $(۰, +\infty)$ صعودی است، بنابراین $f' > ۰$ (نمودار f' بالای محور xها)
در نقطه‌ی صفر مشتق‌پذیر نیست ($f'(۰)$ نامتناهی است.)

۴۵ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(۲) = ۸a + ۴b + ۴a^۲ = ۱۶ \Rightarrow b = -a^۲ - ۲a + ۴$$
$$f'(۲) = ۱۲a + ۴b + ۲a^۲ = ۰ \Rightarrow ۲b = -a^۲ - ۶a = -۲a^۲ - ۴a + ۸$$
$$\Rightarrow a^۲ - ۲a - ۸ = ۰ \Rightarrow a = -۲ \Rightarrow b = -۴ + ۴ + ۴ = ۴$$

به ازاء $a = ۴$ در $(۲, ۱۶)$ مینیمم نسبی دارد، پس غیر قابل قبول است.

۴۶ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته: در تابع درجه سوم، ریشه‌ی مضاعف مشتق اول، همان طول نقطه‌ی عطف تابع می‌باشد.

$$y = ax^۳ + bx^۲ - ۳x - ۱ \Rightarrow y' = ۳ax^۲ + ۲bx - ۳ \Rightarrow y'' = ۶ax + ۲b$$
$$A(۱, -۲) \Rightarrow \begin{cases} ۱) -۲ = a(۱)^۳ + b(۱)^۲ - ۳(۱) - ۱ \Rightarrow a + b = ۲ \\ ۲) ۶a(۱) + ۲b = ۰ \Rightarrow ۳a + b = ۰ \Rightarrow b = -۳a \end{cases} \quad a = -۱, b = ۳$$
$$y' = ۳(-۱)x^۲ - ۲(۳)x - ۳ \Rightarrow y' = ۰ \Rightarrow x^۲ - ۲x + ۱ = ۰ \Rightarrow (x-۱)^۲ = ۰ \Rightarrow x = ۱$$

$x = ۱$ ریشه مضاعف مشتق اول تابع می‌باشد و تابع همواره صعودی است لذا تابع فاقد ماکزیمم نسبی است.

۴۷ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f''(۱) = ۰ \rightarrow ۶(۱) + ۲a = ۰ \rightarrow a = -۳$$
$$f(۱) = -۱۱ \rightarrow a + b = -۱۲ \rightarrow b = -۹$$
$$f(x) = x^۳ - ۳x^۲ - ۹x \rightarrow f(-۱) = -۱ - ۳ + ۹ = ۵$$

۴۸ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. در بازه‌ای تعقر منحنی تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^{\frac{۶}{۵}} - ۱۲x^{\frac{۱}{۵}}$ روبه پایین است که علامت مشتق دوم منفی باشد. داریم:

$$f(x) = x^{\frac{۶}{۵}} - ۱۲x^{\frac{۱}{۵}} \Rightarrow f'' = \frac{۶}{۲۵}x^{-\frac{۴}{۵}} + \frac{۴۸}{۲۵}x^{-\frac{۹}{۵}} = \frac{۶}{۲۵}x^{-\frac{۹}{۵}}(x+۸) = \frac{۶(x+۸)}{۲۵\sqrt[۵]{x^۹}}$$
$x = -۸$: ریشه ی صورت $\rightarrow$
$x = ۰$: ریشه ی مخرج $\rightarrow$

x	$-\infty$	-۸		$+\infty$
f''	+	‖	-	+
f	↑	‖	↓	↑

$\Rightarrow$ گزینه ی (۲) پاسخ صحیح است

۴۹ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$y = \frac{۱}{۴}x^۴ - x^۳ - ۲x^۲ \rightarrow y' = x^۳ - ۳x^۲ - ۴x = ۰$$
$$x(x^۲ - ۳x - ۴) = ۰ \begin{cases} x = ۰ \Rightarrow f(۰) = ۰ \\ x = -۱ \Rightarrow f(-۱) = -\frac{۳}{۴} \\ x = ۴ \Rightarrow f(۴) = -۳۲ \Rightarrow \min \end{cases}$$

باید توجه داشت که تابع در دو سر دامنه $(\pm\infty)$ به سمت $+\infty$ می‌رود.

۵۰ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$y = -ax^{۳} + bx^{۲} - ۴$

با توجه به نزولی بودن تابع باید $a < ۰$ باشد. یعنی گزینه‌ی ۱ یا ۲ درست خواهد بود، پس a برابر ۱- است. یعنی تابع به صورت $y = -x^{۳} + bx^{۲} - ۴x$ می‌باشد. از طرفی مشتق این تابع نباید ریشه داشته باشد. یعنی باید در تابع مشتق $\Delta < ۰$ باشد. پس داریم:

$$y' = -۳x^{۲} + ۲bx - ۴ \xrightarrow{\Delta' < ۰} b^{۲} - ۱۲ < ۰ \Rightarrow -\sqrt{۱۲} < b < \sqrt{۱۲}$$

با توجه به محدوده‌ی به‌دست آمده تنها گزینه‌ی ۱ می‌تواند درست باشد.

۵۱ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A_۱ \cup A_۲ \ldots \cup A_n \xrightarrow{A_۱ \subseteq A_۲ \subseteq A_۳ \subseteq \ldots \subseteq A_n} A_n$$

$$A_۱ \cap A_۲ \ldots \cap A_n \xrightarrow{A_۱ \subseteq A_۲ \subseteq A_۳ \subseteq \ldots \subseteq A_n} A_۱$$

$$\Rightarrow D = A_n - A_۱ = \underbrace{\{۲, ۳, \ldots, n\}}_{n-۱ \text{ عضو}}$$

تعداد زیرمجموعه $= ۲^{n-۱}$

۵۲ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A \cup B = A - B \Rightarrow (\forall x \in A \cup B \Rightarrow x \in A - B) \Rightarrow [(x \in A \vee x \in B) \Rightarrow (x \in A \wedge x \notin B)]$$

$$\Rightarrow (x \in A \wedge x \notin B) \Rightarrow B = \phi$$

$$[A - (\phi \cup A')'] \cup (\phi' \cap A) = [A - (A')'] \cup (U \cap A) = [A - A] \cup A = \phi \cup A = A$$

۵۳ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تک‌تک قسمت‌ها را بررسی می‌کنیم.

الف) $\begin{matrix} X \subseteq A \\ X \subseteq A' \end{matrix} \Rightarrow X \cap X \subseteq A \cap A' \Rightarrow X \subseteq \emptyset \wedge \emptyset \subseteq X \Rightarrow X = \emptyset$ ✓

ب) $(A \cap B') \cup (A \cap B) = A \cap (B' \cup B) = A \cap U = A$

عکس پخشی

$\Rightarrow A \cup (B \cap A') = (A \cup B) \cap (A \cup A') = (A \cup B) \cap U = A \cup B \neq A \cap B$ ×

پخشی

پ) $(A \cap B') \cup (A \cap B) = A \cap (B' \cup B) = A \cap U = A \xrightarrow{\text{متمم}} A' \neq A$ ×

عکس پخشی

ت) عکس دمورگان $(A \cup B) \cap (A \cup B)' \xrightarrow[\text{خودش تهی است}]{\text{اشتراک هر مجموعه با متمم}} = \emptyset$ ✓

ث) $(A \cup B) - A = (A \cup B) \cap A' = (A \cap A') \cup (B \cap A') = \emptyset \cup (B \cap A') = B \cap A'$

پخشی

$\Rightarrow (B \cap A') \cup (B \cap A) = B \cap (A' \cup A) = B \cap U = B$ ✓

جابه جایی عکس پخشی

۵۴ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مطابق فرض سؤال

$$P \Rightarrow q \equiv F \Rightarrow \underbrace{P \overset{(1)}{=\!=} T \wedge q \overset{(2)}{=\!=} F}_{\downarrow}$$

$$\underbrace{P \wedge q \equiv F \ , \ r \Rightarrow (P \wedge q) \equiv T}_{\downarrow}$$

$$\boxed{r \equiv F} \quad (3)$$

الف) $\sim P \vee q \equiv F \vee F \equiv F$

ب) $P \wedge r \equiv T \wedge F \equiv F$

ج) $r \Rightarrow q \equiv F \Rightarrow F \equiv T$

د) $P \Rightarrow r \equiv T \Rightarrow F \equiv F$

هـ) $P \Leftrightarrow q \equiv T \Leftrightarrow F \equiv F$

و) $P \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv T \Rightarrow (F \Rightarrow F) \equiv T \Rightarrow T \equiv T$

۵۵ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$(P \wedge \sim q) \vee (\sim P \wedge q) \equiv \sim(P \Leftrightarrow q)$ نادرست

در نتیجه: $P \Leftrightarrow q$ درست $\Rightarrow \begin{cases} P \text{ درست} \ , \ q \text{ درست} \\ P \text{ نادرست} \ , \ q \text{ نادرست} \end{cases}$

بنابراین: $P \equiv q$

۵۶ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با تشکیل جدول ارزش گزاره‌ها می‌بینید که در ۲ حالت از ۴ حالت ممکن، ارزش نهایی گزاره‌ی داده شده درست است، (یعنی ۵۰%) هم‌چنین می‌توانید از روش زیر استفاده کنید:

$$(P \wedge q) \vee (\sim P \wedge q) \equiv \underbrace{(P \vee \sim P)}_{\text{همواره } T} \wedge q \equiv q \Rightarrow \text{۲ حالت دارد}$$

۵۷ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$\sim(q \Rightarrow P) \equiv q \wedge \sim P$

$(q \wedge \sim P) \vee q \equiv (q \vee q) \wedge (\sim P \vee q) \equiv q \wedge (P \Rightarrow q) \equiv q$

$P \Rightarrow [\sim(q \Rightarrow P) \vee q] \equiv P \Rightarrow q$ بنابراین

۵۸ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv \sim p \vee (\sim q \vee r) \equiv (\sim p \vee \sim q) \vee r \equiv \sim(p \wedge q) \vee r \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r$

p	q	r	q ⇒ r	p ⇒ (q ⇒ r)	(p ∧ q)	(p ∧ q) ⇒ r
د	د	د	د	د	د	د
د	د	ن	ن	ن	د	ن
د	ن	د	د	د	ن	د
د	ن	ن	د	د	ن	د
ن	د	د	د	د	ن	د
ن	د	ن	ن	د	ن	د
ن	ن	د	د	د	ن	د
ن	ن	ن	د	د	ن	د

یا:

۵۹ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $[P \Rightarrow (q \Rightarrow \sim P)] \Rightarrow [P \Rightarrow (P \vee q)]$

$[P \Rightarrow (\sim q \vee P)] \Rightarrow [\sim P \vee (P \vee q)]$

$[[\sim P \vee (\sim q \vee P)] \Rightarrow (\sim P \vee P) \vee q]$

$(\sim P \vee P \vee \sim q) \Rightarrow T \vee q$

$(T \vee \sim q) \Rightarrow (T \vee q) \equiv T \Rightarrow T \equiv T$

۶۰ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم مجموعه A، ۳ عضوی است. $\Rightarrow A = \{۱, ۲, \{۱, ۲\}\} = \{۱, ۲, B\}$

$\Rightarrow \{۱\}, \{۲\}, \{B\} \ / \ \{۱\}, \{۲, B\} \ / \ \{۲\}, \{۱, B\} \ / \ \{B\}, \{۱, ۲\}$

پس ۴ افراز با شرایط سؤال دارد.

۶۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $p \Leftrightarrow p \wedge q \equiv F \Rightarrow p \wedge q \equiv \sim p \Rightarrow \begin{cases} p \equiv T \\ q \equiv F \end{cases}$

بنابراین: $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r \equiv (T \Rightarrow F) \Rightarrow r \equiv F \Rightarrow r \equiv T$

۶۲ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. گزینهٔ ۱ : $\sim(\forall x, p(x)) \equiv (\exists x, \sim p(x))$

گزینهٔ ۲ : $\sim(\forall x, p(x)) \equiv (\exists x, \sim p(x))$

گزینهٔ ۳ : $\sim(\exists x, p(x)) \equiv (\forall x, \sim p(x))$

گزینهٔ ۴ : $\sim(\exists x, p(x)) \equiv (\forall x, \sim p(x))$

بنابراین در گزینهٔ ۴ نقیض به صورت «همهٔ مربع‌ها مستطیل نیستند»، باید باشد.

۶۳ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر تعداد عضوهای A را با n نشان دهیم، آنگاه:

$۲^n + ۷۶۸ = ۲^{n+۲} \Rightarrow ۲^۲ \times ۲^n - ۲^n = ۷۶۸ \Rightarrow ۳ \times ۲^n = ۷۶۸ \Rightarrow ۲^n = ۲۵۶ \Rightarrow n = ۸ \Rightarrow n' = ۸ - ۲ = ۶$

$\Rightarrow$ تعداد زیرمجموعه‌های مجموعهٔ جدید $= ۲^۶ = ۶۴$

$۲۵۶ - ۶۴ = ۱۹۲$

۶۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها و هم‌ارزی‌های منطقی خواهیم داشت:

گزینهٔ ۱ همواره درست است.

p	q	$p \wedge q$	$p \Rightarrow q$	$(p \wedge q) \Rightarrow (p \Rightarrow q)$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	د
ن	د	ن	د	د
ن	ن	ن	د	د

گزینهٔ ۲ همواره درست است. $(\sim p \vee q) \Rightarrow (p \Rightarrow q) \equiv (p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow q) \equiv T$

گزینهٔ ۳ همواره درست است.

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	د	د
ن	د	ن	د	د
ن	ن	ن	ن	د

گزینهٔ ۴:

$$(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q) \equiv \sim(p \vee q) \vee (p \wedge q) \equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee (p \wedge q)$$

$$\equiv [\sim p \vee (p \wedge q)] \wedge [\sim q \vee (p \wedge q)] \equiv \underbrace{(\sim p \vee p)}_{T} \wedge \underbrace{(\sim p \vee q)}_{p \Rightarrow q} \wedge \underbrace{(\sim q \vee p)}_{q \Rightarrow p} \wedge \underbrace{(\sim q \vee q)}_{T}$$

$$\equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \equiv p \Leftrightarrow q$$

۶۵ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. جدول ارزش‌های n گزاره دارای ۲^n گزاره دارای ۲^n حالت است:

$$۲^n = ۲۵۶ \Rightarrow n = ۸$$

چون در جدول ارزش‌ها همهٔ حالت‌های درست و نادرست بودن گزاره‌ها آمده است، پس تعداد حالت‌هایی که ارزش دقیقاً ۲ گزاره «درست» باشد، برابر است با:

$$\binom{۸}{۲} = \frac{۸!}{۶!۲!} = ۲۸$$

۶۶ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$x \in (A - (B \cup C)) \equiv x \in A \wedge x \notin (B \cup C)$$

$$x \notin (A - (B \cup C)) \equiv \sim(x \in (A - (B \cup C))) \equiv x \notin A \vee x \in B \vee x \in C$$

۶۷ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\sim[q \Rightarrow (P \wedge q)] \Rightarrow \sim P \equiv \sim[\sim q \vee (P \wedge q)] \Rightarrow \sim P$$

$$\equiv \sim\Big[(\sim q \vee P) \wedge \underbrace{(\sim q \vee q)}_{\text{همیشه } T}\Big] \Rightarrow \sim P$$

$$\equiv \sim(\sim q \vee P) \Rightarrow \sim P \equiv (q \vee \sim P) \Rightarrow \sim P \equiv \sim(q \wedge \sim P) \vee \sim P$$

$$\equiv \sim q \vee \underbrace{P \vee \sim P}_{\searrow}$$

$$\equiv \sim q \vee T \equiv T$$

۶۸ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

با توجه به کار در کلاس صفحه ۳۲ کتاب درسی آمار و احتمال درستی موارد «الف»، «ب»، «ج» و «و» اثبات شده است.

برای نمایش نادرستی مورد «د» مثال نقض زیر را در نظر بگیرید:

$$U = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹, ۱۰\}$$

$$A = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵\}, B = \{۳, ۴, ۵\}, C = \{۵, ۶, ۷\}$$

$$A - (B - C) = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵\} - \{۳, ۴\} = \{۱, ۲, ۵\}$$

$$(A - B) - C = \{۱, ۲\} - \{۵, ۶, ۷\} = \{۱, ۲\}$$

با این مثال نقض مشاهده می‌شود که: $A - (B - C) \neq (A - B) - C$

مورد «هـ» هم درست است، زیرا:

$$A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = A \xrightarrow[\text{از طرفین}]{\text{متمم گیری}} (A \cap B') = A' \xrightarrow{\text{دمورگان}} A' \cup B' = A' \Rightarrow B' \subseteq A'$$

بنابراین ۵ مورد درست است و فقط مورد «د» نادرست است.

۶۹ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱ : $p \vee (\sim q \wedge p) \equiv p$ جذب

گزینه ۲ :
$$(p \Leftrightarrow q) \vee \underbrace{(\sim p \vee \sim q \vee p)}_{T} \equiv T$$

گزینه ۳ :
$$\underbrace{(p \vee \sim p)}_{T} \Leftrightarrow \underbrace{(p \Rightarrow p)}_{T} \equiv T$$

گزینه ۴ :
$$\underbrace{((\sim p \vee \sim q) \vee p)}_{T} \Rightarrow \underbrace{(p \wedge \sim p)}_{F} \equiv T \Rightarrow F \equiv F$$

۷۰ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. طبق یکی از قضایای کتاب جبر و احتمال: «اگر A و B و C سه مجموعه‌ی غیرتهی باشند، آن‌گاه در صورتی‌که $A \times C = B \times C$، می‌توان نتیجه گرفت $A = B$.»

دقت کنیم از طرفین تساوی مجموعه‌ای، اجتماع و اشتراک را نمی‌توان برداشت.

۱ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. رشتهٔ بالمر دارای ۴ خط مرئی بوده و بقیه فوتون‌های گسیلی در محدوده فرابنفش و غیرمرئی هستند.

$$n' = ۲ , n = ۳ , ۴ , ۵ , \underline{۶} , \underline{۷} , \ldots$$

$\underline{۶}$: پرانرژی ترین فوتون مرئی

$\underline{۷}$: کم انرژی ترین فوتون فرابنفش (غیرمرئی)

$$\frac{۱}{\lambda} = R\left(\frac{۱}{n'^{۲}} - \frac{۱}{n^{۲}}\right) \Rightarrow f = \frac{C}{\lambda} = \mathrm{CR}\left(\frac{۱}{n'^{۲}} - \frac{۱}{n^{۲}}\right)$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{غیرمرئی } f_{\min} = ۳\times۱۰^{۱۵}\left(\frac{۱}{۲^{۲}} - \frac{۱}{۷^{۲}}\right) \\ \text{مرئی } f_{\max} = ۳\times۱۰^{۱۵}\left(\frac{۱}{۲^{۲}} - \frac{۱}{۶^{۲}}\right) \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta f = ۳\times۱۰^{۱۵}\left(\frac{۱}{۳۶} - \frac{۱}{۴۹}\right)$$

$$= ۳\times۱۰^{۱۵}\times\frac{۱۳}{۳۶\times۴۹} \Rightarrow \Delta f = \frac{۱۳}{۵۸۸}\times۱۰^{۱۵}\,\mathrm{Hz} = \frac{۱۳}{۵۸۸}\times۱۰^{۶}\,\mathrm{GHz}$$

۲ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا به کمک انرژی الکترون، شماره تراز فعلی آن را مشخص می‌کنیم:

$$E = \frac{-۱۳/۶}{n^{۲}} = -۰/۸۵ \Rightarrow n^{۲} = ۱۶ \Rightarrow n = ۴$$

کم‌انرژی‌ترین فوتون قابل گسیل در جهش الکترون از تراز ۴ به تراز ۳ محقق نشده و کم‌انرژی‌ترین فوتون قابل جذب موجب جهش الکترون از تراز ۴ به تراز ۵ می‌شود.

حداقل قابل گسیل $\Delta E = E_{۴} - E_{۳} = -۰/۸۵ - \left(-\frac{۱۳/۶}{۹}\right) = ۰/۶۶\,\mathrm{eV}$

حداقل قابل جذب $\Delta E = E_{۵} - E_{۴} = \frac{-۱۳/۶}{۲۵} - (-۰/۸۵) \cong ۰/۳\,\mathrm{eV}$

برای محاسبه اختلاف بسامد این دو فوتون، اختلاف انرژی آن‌ها را برابر hf قرار می‌دهیم:

$$E = \mathrm{hf} \Rightarrow (۰/۶۶ - ۰/۳) = ۴\times۱۰^{-۱۵}\times\Delta f \Rightarrow \Delta f = \frac{۰/۳۶}{۴\times۱۰^{-۱۵}} = ۰/۰۹\times۱۰^{۱۵}\,\mathrm{Hz} = ۹۰\,\mathrm{THz}$$

۳ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. گام اول:

$$k_{\max} = \mathrm{hf} - W_{۰} \Rightarrow W_{۰} = \mathrm{hf} - k_{\max} \Rightarrow \mathrm{hf}_{۰} = \mathrm{hf} - k_{\max} \Rightarrow f_{۰} = \frac{\mathrm{hf} - k_{\max}}{h}$$

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{۳\times۱۰^{۱۷}\,\frac{\mathrm{nm}}{s}}{۲۴۰\,\mathrm{nm}} = \frac{۱۰^{۱۶}}{۸}\mathrm{Hz}$$

گام دوم:

گام سوم:

$$f_{۰} = \frac{۴\times۱۰^{-۱۵}\times\frac{۱۰^{۱۶}}{۸} - ۰/۶}{۴\times۱۰^{-۱۵}} = \frac{۰/۵\times۱۰ - ۰/۶}{۴\times۱۰^{-۱۵}} = \frac{۴/۴}{۴\times۱۰^{-۱۵}} = ۱/۱\times۱۰^{۱۵}\,\mathrm{Hz}$$

۴ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. گام اول: می‌دانیم طول موج فرابنفش در سری لیمان $(n' = ۱, n = ۲, ۳, ۴, \ldots)$ و بالمر $(n' = ۲ , n = \underbrace{۳ , ۴ , ۵ , ۶}_{\text{مرئی}} , \underbrace{۷ , ۸ , \ldots}_{\text{فرابنفش}})$ وجود دارد.

طول موج‌های فرابنفش سری لیمان از طول موج‌های فرابنفش سری بالمر کوتاه‌ترند.

گام دوم: می‌دانیم در هر سری (به ازای ثابت n') هر چه n افزایش می‌یابد، λ کاهش می‌یابد. پس کوتاه‌ترین طول موج فرابنفش را باید در سر لیمان $(n' = ۱)$ و به ازای $(n = \infty)$ جست‌وجو نمود:

$$\frac{۱}{\lambda} = R\left(\frac{۱}{n'^{۲}} - \frac{۱}{n^{۲}}\right) = R\left(\frac{۱}{۱^{۲}} - \frac{۱}{\infty}\right) = R_{\text{فرابنفش}} \Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{۱}{R}\ (۱)$$

گام سوم: می‌دانیم ۴ خط طیف مرئی در اتم H داریم که آن هم در سری بالمر $(n' = ۲)$ و آن هم به ازای

گام سوم: می‌دانیم ۴ خط طیف مرئی در اتم ۴ داریم که آن هم در سری بالمر ($n' = ۲$) و آن هم به ازای ($n = ۳, ۴, ۵, ۶$) است و می‌دانیم هر چه n زیاد شود λ کاهش می‌یابد. پس:

$$\begin{cases} n' = ۲ \\ n = ۶ \end{cases} \Rightarrow \lambda = \lambda'_{\text{مرئی}}\min \Rightarrow \frac{۱}{\lambda'_{\min}} = R\left(\frac{۱}{۲^۲} - \frac{۱}{۶^۲}\right) = R\left(\frac{۹-۱}{۳۶}\right) = \frac{۸R}{۳۶}$$

$$\Rightarrow \lambda'_{\min} = \frac{۹}{۲R} \Rightarrow \lambda'_{\min} = ۱/۵ \text{ (گام چهارم)}$$

۵ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. گام اول: در سری بالمر $n' = ۲$ است. می‌دانیم $n = ۳, ۴, ۵, ۶, \ldots$ مربوط به طیف‌های اول $\begin{cases} n' = ۲ \\ n = ۳ \end{cases}$ و $\begin{cases} n' = ۲ \\ n = ۴ \end{cases}$ و $\begin{cases} n' = ۲ \\ n = ۵ \end{cases}$ و $\begin{cases} n' = ۲ \\ n = ۶ \end{cases}$ فرابنفش سری بالمر است.

گام دوم: گسترهٔ طول موج سری بالمر در ناحیه مرئی:

$$\frac{۱}{\lambda_۱} = R\left(\frac{۱}{۲^۲} - \frac{۱}{۳^۲}\right) = \frac{۵R}{۳۶} \Rightarrow \lambda_۱ = \frac{۳۶}{۵R}$$

$$\frac{۱}{\lambda_۲} = R\left(\frac{۱}{۲^۲} - \frac{۱}{۴^۲}\right) = \frac{۳۲R}{۱۴۴} \Rightarrow \lambda_۲ = \frac{۱۴۴}{۳۲R}$$

$$\Delta\lambda = \lambda_۲ - \lambda_۱ = \frac{۱۴۴}{۳۲R} - \frac{۳۶}{۵R} = \frac{۴۳۲}{۱۶۰R} \Rightarrow \Delta\lambda = \frac{۲/۷}{R}$$

گام سوم: گسترهٔ طول موج سری بالمر در ناحیه فرابنفش:

$$\frac{۱}{\lambda_۳} = R\left(\frac{۱}{۲^۲} - \frac{۱}{۶^۲}\right) = \frac{۴۵R}{۱۹۶} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_۳ = \frac{۱۹۶}{۴۵R} \\ \lambda_۴ = \frac{۴}{R} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta\lambda' = \lambda_۴ - \lambda_۳ = \frac{۴۵}{۴R} \Rightarrow \Delta\lambda' = \frac{۱۱/۲۵}{R}$$

$$\frac{\Delta\lambda}{\Delta\lambda'} = \frac{۲/۷}{۱۱/۲۵} \simeq ۰/۲۴ \text{ (گام چهارم)}$$

۶ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$K = eV_۰ \Rightarrow K = ۱۲۴۵۵ \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} \text{ J} \Rightarrow K = ۰/۴۵ \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}$$

$$\Rightarrow K = ۷/۲ \times ۱۰^{-۲۰} \text{ J}$$

$$K = \frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow v = \sqrt{\frac{۲K}{m}} = \sqrt{\frac{۲ \times ۷/۲ \times ۱۰^{-۲۰}}{۹ \times ۱۰^{-۳۱}}} = ۴ \times ۱۰^۵ \text{ m/s}$$

۷ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lambda_۰ = \frac{c}{f_۰} = \frac{۳ \times ۱۰^۸}{۶ \times ۱۰^{۱۴}} = ۵ \times ۱۰^{-۷} \text{ m}$$

$$K_{\text{Max}} = \frac{۱۲۴۰}{\lambda(\text{nm})} - W_۰ \Rightarrow ۱ = \frac{۱۲۴۰}{۶۲۰} - W_۰ \Rightarrow W_۰ = ۱ \text{ ev}$$

$$K_{\text{Max}_۱} = \frac{۱۲۴۰}{۳۱۰} - ۱ \Rightarrow K_{\text{Max}_۱} = ۴ - ۱ = ۴ \text{ ev}$$

$$\frac{v_۲}{v_۱} = \sqrt{\frac{K_{\text{Max}_۲}}{K_{\text{Max}_۱}}} = \sqrt{\frac{۴}{۱}} = ۲$$

۸ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

رابطه اصلی: $E=\frac{hc}{\lambda}$

اول محاسبه hc : $hc=۶/۶۳\times۱۰^{-۳۴}\times۳\times۱۰^{۸}=۱۹/۹\times۱۰^{-۲۶}\ J.m$

حال J را برحسب ev و m را به nm تبدیل می‌کنیم:

$$hc=۱۹/۹\times۱۰^{-۲۶}\times\left(\frac{۱\text{ev}}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\ J}\right)\times\left(\frac{۱\text{nm}}{۱۰^{-۱۹}\ m}\right)=۱/۲۴\times۱۰^{۳}\ \text{ev.nm}$$

$$\rightarrow E=\frac{۱/۲۴\times۱۰^{۳}\ \text{ev.nm}}{۵۰۰\text{nm}}=۲/۴۸\text{ev}$$

۹ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. معادلهٔ کلی $\frac{۱}{\lambda}=R\left(\frac{۱}{n'^{۲}}-\frac{۱}{n^{۲}}\right)$

$$\frac{۱}{\lambda_۱}=R\left(\frac{۱}{۳^{۲}}-\frac{۱}{۴^{۲}}\right)=۰/۰۱۱\times\frac{۱۶-۹}{۱۴۴}=\frac{۷۷\times۱۰^{-۳}}{۱۴۴}\Rightarrow\frac{۱}{\lambda_۱}\Rightarrow\lambda_۱=\frac{۱۴۴}{۷۷\times۱۰^{-۳}}=۱۸۷۰\ \text{nm}$$

$$\frac{۱}{\lambda_۲}=R\left(\frac{۱}{۳^{۲}}-\frac{۱}{۵^{۲}}\right)=۰/۰۱۱\times\frac{۲۵-۹}{۲۲۵}=\frac{۱۷۶\times۱۰^{-۳}}{۲۲۵}\Rightarrow\lambda_۲=\frac{۲۲۵}{۱۷۶\times۱۰^{-۳}}=۱۲۷۸\,\text{nm}$$

۱۰ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. به کمک رابطه فوتوالکتریک، داریم:

$$K_{\max}=hf-W_۰\rightarrow\begin{cases}K_{\max_۱}=hf_۱-W_۰ & (I)\\ K_{\max_۲}=hf_۲-W_۰ & (\text{II})\end{cases}$$

$$\xrightarrow{(I)-(\text{II})}\Delta K_{\max}=hf_۱-hf_۲\xrightarrow{\frac{\lambda_۲}{\lambda_۱}=\frac{۵}{۴}\rightarrow\frac{hf_۲}{hf_۱}=\frac{۴}{۵}}۰/۶=hf_۱-\frac{۴}{۵}hf_۱$$

$$\rightarrow hf_۱=۳\text{eV}\quad(\text{III})$$

$$\xrightarrow{(I)\ ;(\text{III})}۲/۲=۳-W_۰\rightarrow W_۰=۰/۸\ \text{eV}$$