



نام و نام خانوادگی :

پایه تحصیلی :

زمان آزمون :

نام دبیر :

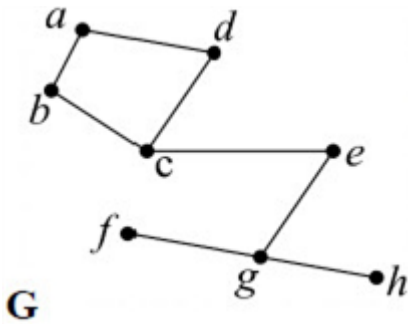
تاریخ برگزاری ۱۴۰۵/۰۲/۳۱

عنوان آزمون : ۱۲ ریاضی - پنجشنبه ۳۱ اردیبهشت - سوال تشریحی



۱

گراف G را در نظر بگیرید.
الف) عدد احاطه‌گری گراف G را به دست آورید و ادعای خود را ثابت کنید.
ب) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال ۵ عضوی بنویسید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۲

اگر G یک گراف ۳-منتظم از مرتبه ۶ باشد، مقدار $q(\overline{G})$ را محاسبه نمایید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۳

در هر گراف از مرتبه فرد، ثابت کنید تعداد رأس‌های زوج، عددی فرد است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۴

در گراف G ، درجه رأس ۷ برابر با ۹ است و درجه رأس ۷ در گراف \overline{G} برابر با ۱۲ است. مرتبه گراف G را مشخص کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۵

گراف کامل K_p دارای ۱۰ یال است. ابتدا p را به دست آورید، سپس گراف را رسم کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

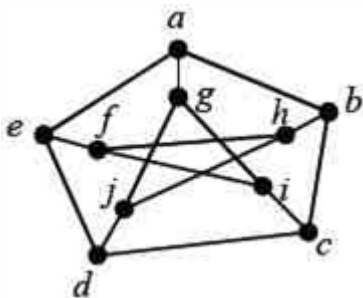
۶

به چند طریق می‌توان ۴ کلاه متفاوت را بین ۸ نفر توزیع کرد به شرط آن‌که به هر نفر حداقل یک کلاه داده شود؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۷

عدد احاطه‌گری گراف زیر را مشخص و ادعای خود را ثابت کنید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹



۸. گراف G ، ۳- منتظم است و اندازه آن ۳ واحد کم‌تر از ۲ برابر تعداد رأس‌های گراف است. مرتبه گراف را به دست آورده و گراف G را رسم کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۹. ثابت کنید تعداد رأس‌های فرد هر گراف، عددی زوج است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

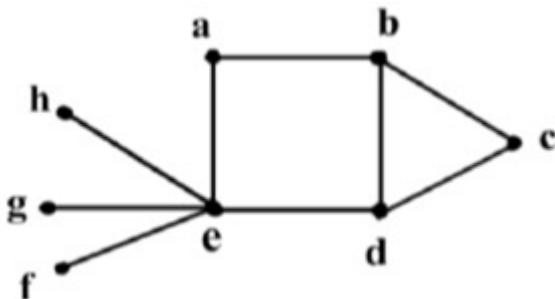
۱۰. ۵۴ شاخه گل را حداکثر در چند گلدان قرار دهیم تا اطمینان داشته باشیم گلدانی هست که در آن حداقل ۵ شاخه گل قرار گرفته است؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۱۱. به گراف ۸ رأسی ۳- منتظم چند یال اضافه کنیم تا تبدیل به گراف کامل شود؟ (با راه‌حل)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۱۲. الف) عدد احاطه‌گری گراف مقابل را با ارائه راه‌حل، تعیین کنید.
ب) این گراف چند γ - مجموعه دارد؟

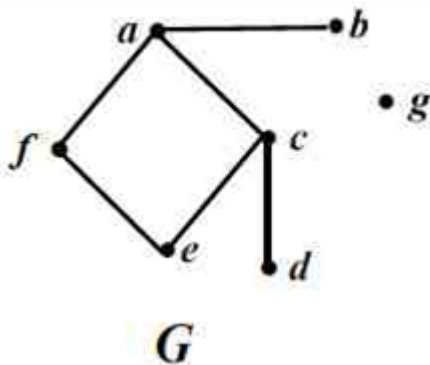


سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

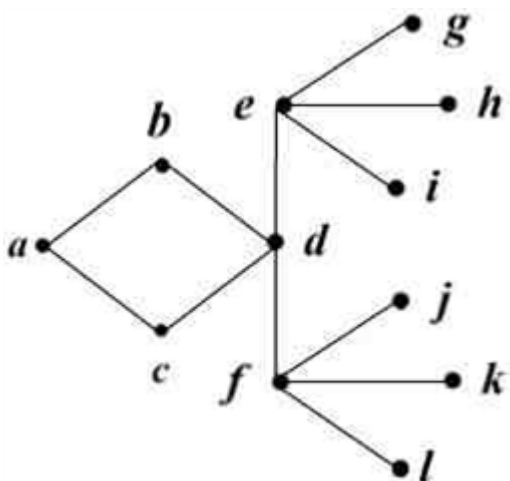
۱۳. جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید.
الف) گرافی را که بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد، گراف می‌گوییم.
ب) تعداد رئوس فرد هر گراف عددی است.
ج) مینیمم درجه در گراف کامل از مرتبه p برابر است.
د) گرافی را که درجه تمام رئوس آن با هم مساوی و برابر با عدد k باشد، گراف می‌گوییم.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۱۴. گراف G به صورت زیر رسم شده است. با توجه به این گراف به سؤالات زیر پاسخ دهید.
الف) مرتبه و اندازه آن را بنویسید.
ب) مجموع درجات رئوس این گراف را به دست آورید.
ج) مجموعه $N_G[c]$ را بنویسید.
د) دوری به طول ۴ در این گراف بنویسید.
ه) حاصل عبارت $q(\overline{G}) + \deg_{\overline{G}}(g)$ را به دست آورید.

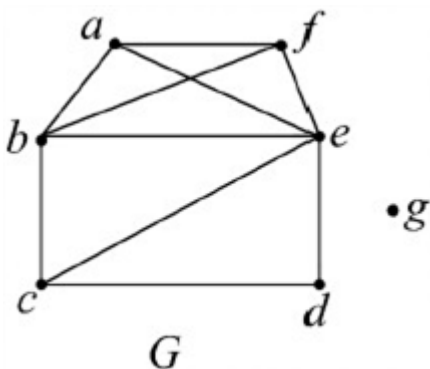


گراف زیر را در نظر بگیرید:
 الف) عدد احاطه‌گری گراف را با ذکر دلیل، به دست آورید.
 ب) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال ۸ عضوی بنویسید.
 ج) یک مجموعه احاطه‌گر غیرمینیمال ۴ عضوی بنویسید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

گراف G را در نظر بگیرید.
 الف) مقدار $d_{\bar{G}}(e)$ را به دست آورید.
 ب) حاصل $q(\bar{G})$ را به دست آورید.
 ج) دوری به طول ۶ با شروع از رأس a در گراف G بنویسید.
 د) گراف G چند رأس زوج دارد؟

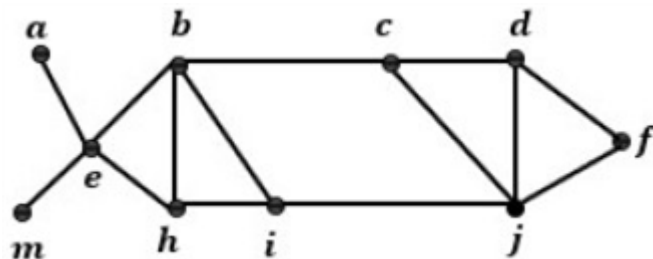


سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

ب) در این گراف یک مسیر به طول ۶ بنویسید.

الف) گراف P_8 را رسم کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴



گراف روبه‌رو را در نظر بگیرید:

الف) آیا $\{a, h, j, f\}$ یک مجموعه احاطه‌گر برای این گراف می‌باشد؟ چرا؟
 ب) آیا مجموعه $\{a, m, i, f, d\}$ احاطه‌گر مینیمال است؟ چرا؟
 پ) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم شامل رأس e بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳



۱۹) یک گراف ۴ رأسی غیرتهی k - منتظم رسم کنید که:

الف) k بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد.
ب) k کمترین مقدار ممکن را داشته باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۲۰) گراف G با مجموعه رئوس $V(G) = \{a, b, c, d, e\}$ مفروض است. اگر داشته باشیم:

$$N_G(d) = \{a, b, c\}, N_G(c) = \{d, b\}, N_G(b) = \{a, d, c\}$$

الف) گراف G را رسم کنید.

ب) یک دور به طول ۴ از گراف G بنویسید.

پ) دو زیرگراف از مرتبه ۳ و اندازه ۳ از گراف G رسم کنید.

ت) حاصل $\Delta(\overline{G}) + q(\overline{G})$ را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۲۱) جای خالی را با کلمه یا عبارت مناسب تکمیل کنید.

- گراف ۳- منتظم، ۸ رأسی دارای یال است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۲۲) مجموع درجات گراف برابر ۲۴ است. اگر ۳ یال به یالهای گراف G اضافه کنیم، گراف حاصل، گراف کامل می‌شود. مرتبه

گراف G چقدر است؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۲۳) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال ۴- عضوی از گراف C_8 را مشخص کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۲۴) جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

الف) مجموع درجه‌های رأس‌های هر گراف تعداد یال‌ها است.

ب) در یک گراف k - منتظم، ماکزیمم درجه رأس برابر با است.

پ) در بین تمام مجموعه‌های احاطه‌گر گراف G ، مجموعه یا مجموعه‌های احاطه‌گری که کمترین تعداد عضو را دارند،

مجموعه احاطه‌گر گراف G می‌نامیم.

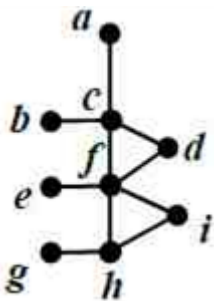
ت) یک مجموعه احاطه‌گر را که با حذف هریک از رأس‌هایش، دیگر احاطه‌گر نباشد، احاطه‌گر می‌نامیم.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۲۵) گراف شکل مقابل مقابل را در نظر بگیرید.

الف) یک γ - مجموعه مشخص کنید.

ب) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال با ۴ عضو بنویسید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

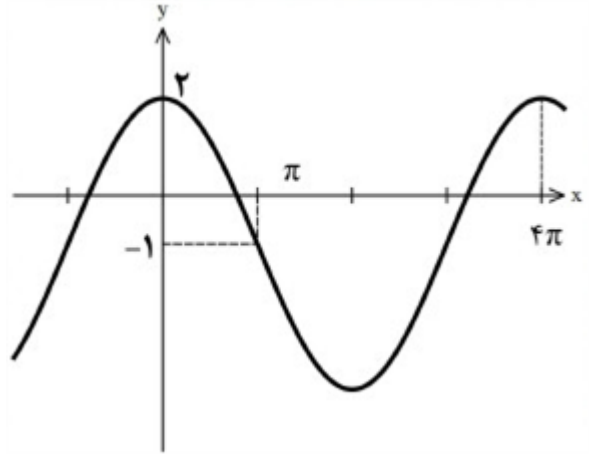
۲۶) جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.

اگر $\tan \alpha = m + 2$ و $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{4}$ ، آنگاه بیشترین مقدار ممکن m برابر با است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴



۲۷ قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \cos bx + c$ به صورت زیر است. مقدار a ، b و c را بیابید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

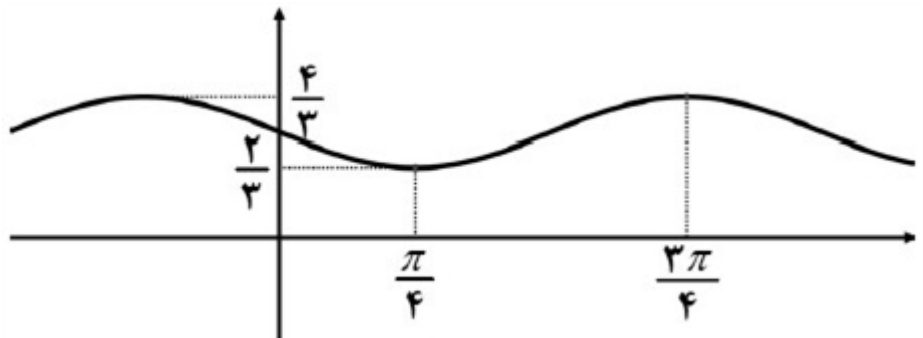
۲۸ معادله مثلثاتی $\cos 2x - 3 \cos x - 1 = 0$ را حل کنید و جوابهای کلی آن را بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۲۹ با توجه به محورهای کسینوس و تانژانت، اگر $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$ باشد آنگاه مقادیر $\cos \alpha$ و $\tan \alpha$ را با هم مقایسه کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۳۰ نمودار تابع $y = a \sin (bx) + c$ به صورت زیر است. ضابطه آن را مشخص کنید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۳۱ معادله مثلثاتی $\tan 5x = \tan x$ را حل کنید. سپس جوابهایی از آن را که در بازه $\left[0, \frac{\pi}{2}\right)$ قرار دارند، مشخص کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۳۲ جوابهای معادله $\cos(2x) = \frac{1}{2}$ را در بازه $(0, \pi)$ به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۳۳ جوابهای معادله مثلثاتی $2 \sin^4 x = 1$ را به دست آورید. کدام جوابها در بازه $\left[0, \frac{\pi}{2}\right)$ هستند؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

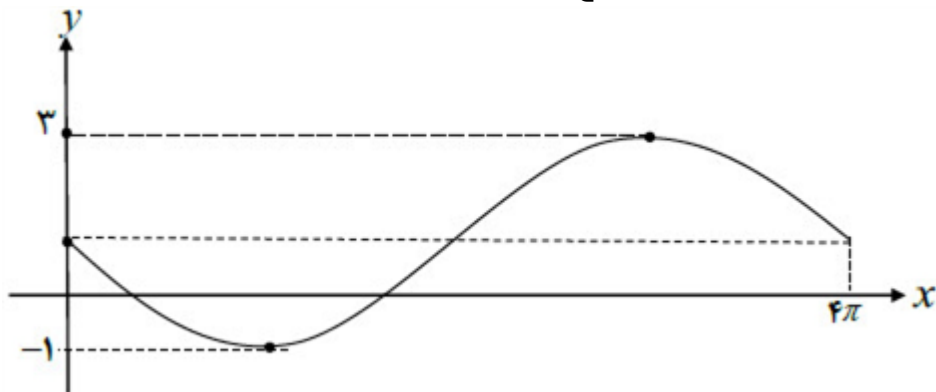
۳۴ معادله $\sin x \cos x = \frac{1}{4}$ را حل کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲



۳۵

نمودار زیر قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin bx + 1$ است. حاصل ab را بیابید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

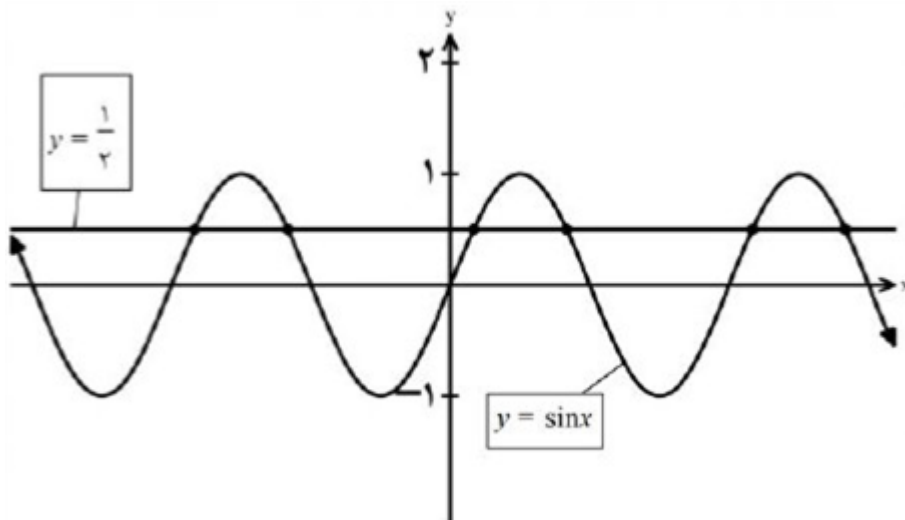
۳۶

جواب(های) معادله مثلثاتی $\cos^2 x - \cos x = 0$ را در بازه $(0, \pi)$ مشخص کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۳۷

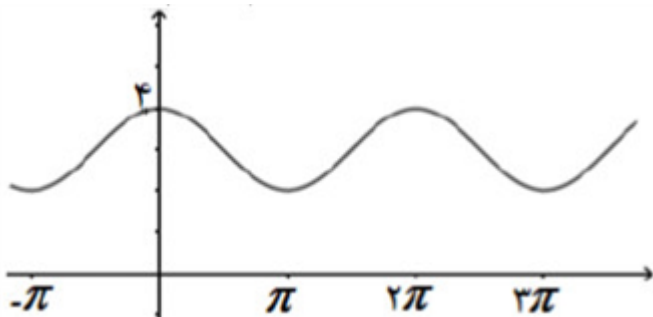
نمودار تابع $y = \sin x$ با ضابطه $y = \frac{1}{2}$ و خط به معادله $y = \frac{1}{2}$ در دستگاه زیر، رسم شده است. طول نقاط برخورد آن‌ها را بیابید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۳۸

نمودار تابع $f(x) = a + \cos bx$ به صورت مقابل است. حاصل $a + b$ را به دست آورید. ($b > 0$)



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۳۹

معادله مقابل را حل کنید. $\cos^2 x - 3 \sin x + 4 = 0$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱



۴۰ معادله مثلثاتی $\cos^2 x - \sin x + 1 = 1$ را حل کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۴۱ معادله مثلثاتی $\cos^2 x - 2 \cos x = 0$ را حل کنید و جوابهای کلی آن را بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۴۲ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

- دامنه تابع $y = \tan x$ برابر با مجموعه $D = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x \neq 2k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۴۳ درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.

- دوره تناوب تابع $y = 5 \cos \frac{x}{4} + 1$ برابر با 4π است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۴۴ دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را به دست آورید.

$$y = \sqrt{3} - \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۴۵ جوابهای معادله مثلثاتی $4 \sin x + 2\sqrt{3} = 0$ را در بازه $[0, 2\pi]$ به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۴۶ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

- خط $y = \frac{1}{4}$ ، نمودار تابع $y = \sin x$ را در فاصله $[0, 2\pi]$ در یک نقطه قطع می‌کند.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۴۷ معادله مثلثاتی $2 \cos^2 x + \cos x = 0$ را حل کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۴۸ معادله مثلثاتی $\cos^3 x - \cos x = 0$ را حل کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۴۹ درستی یا نادرستی عبارت زیر را بنویسید.

مقدار تابع سینوس در $x = \frac{\pi}{4}$ تعریف نشده است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۵۰ مقدار ماکزیمم و مینیمم تابع $y = 1 + 2 \sin^2 x$ را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹



پاسخنامه تشریحی

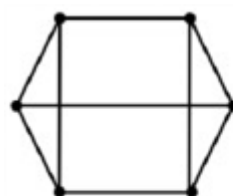
روش اول: الف) $\gamma(G) \geq \frac{p}{\Delta + 1} = \frac{8}{4} \Rightarrow \gamma(G) \geq 2$ (الف)
هیچ رأس دیگری به تنهایی نمی‌تواند سایر رأس‌ها را احاطه کند، پس به بیش از دو رأس برای احاطه‌گری نیاز است. از طرفی چون مجموعه $A = \{g, c, a\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است لذا $\gamma(G) \leq 3$ پس $\gamma(G) = 3$
روش دوم: برای احاطه کردن رئوس f, g, h, e حداقل به یک رأس نیاز است. همچنین برای چهار رأس باقی مانده حداقل به دو رأس دیگر نیاز است. یعنی $\gamma(G) \geq 3$. از طرفی مجموعه $A = \{g, c, a\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است، پس $\gamma(G) = 3$

ب) $\{f, h, e, d, b\}$

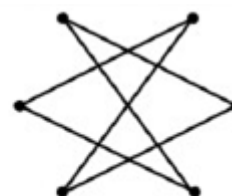
روش اول: $2q(G) = 3p(G) \Rightarrow 2q(G) = 18 \Rightarrow q(G) = 9 \Rightarrow q(\bar{G}) = \binom{6}{2} - 9 = 6$

روش دوم: می‌دانیم مکمل هر گراف منتظم، خود نیز گرافی منتظم است. لذا مکمل گراف ۳- منتظم با ۶ رأس، گرافی ۲- منتظم است. پس $2q(\bar{G}) = 2p(G) \Rightarrow q(\bar{G}) = \frac{2 \times 6}{2} = 6$

روش سوم: $q(\bar{G}) = 6$



G



G-bar

x : تعداد رأس‌های زوج گراف

روش اول: ۳

تعداد رأس‌های فرد گراف : $m = 2k$

تعداد رأس‌های گراف : $p = 2t + 1$

$p = m + x \Rightarrow 2t + 1 = 2k + x \Rightarrow x = 2t + 1 - 2k = 2(t - k) + 1 \Rightarrow x = 2q + 1$

روش دوم: مجموع تعداد رأس‌های فرد و تعداد رأس‌های زوج این گراف، عددی فرد است. می‌دانیم تعداد رأس‌های فرد در هر گراف، عددی زوج است، لذا تعداد رأس‌های زوج در این گراف باید عددی فرد باشد.

$\deg_G(v) + \deg_{\bar{G}}(v) = p - 1 \Rightarrow 9 + 12 = p - 1 \Rightarrow p = 22$ (مساله ۱ ص ۳۸)



$$\frac{p(p-1)}{2} = 10 \Rightarrow p^2 - p - 20 = 0 \Rightarrow p = 5 \text{ (ص ۱۴۲)}$$

$$\binom{8}{4} \times 4! = \frac{8!}{4!}$$

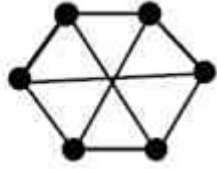
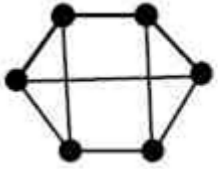
انتخاب ۴ نفر جایگشت ۴ کلاه

برای گراف مورد سوال داریم $\frac{n}{\Delta + 1} \leq \gamma(G) \Rightarrow \frac{10}{3 + 1} = 3 \leq \gamma(G)$

احاطه‌گر برای گراف است. لذا $\gamma(G) \leq 3$. بنابراین $\gamma(G) = 3$. (قسمت دوم کار در کلاس ص ۵۰)

$$q = 2p - 3 \Rightarrow \frac{2p}{2} = 2p - 3 \Rightarrow p = 6 \text{ (ص ۴۲)}$$

۸



به یکی از دو گراف زیر داده شود.

۹ فرض کنیم G یک گراف و A مجموعه همه رئوس فرد گراف و B مجموعه همه رئوس زوج گراف G باشد، در این صورت داریم:

از طرفی [خطای پردازش ریاضی] و [خطای پردازش ریاضی] زوج اند. لذا [خطای پردازش ریاضی] باید زوج باشد. می‌دانیم تعداد زوج عدد فرد، حاصل زوج را تولید می‌کنند بنابراین تعداد اعضای A باید زوج باشد. (ص ۴۰)

$$k + 1 = 5 \Rightarrow k = 4, kn + 1 = 5^4 \Rightarrow 4n = 5^4 - 1, n = \left[\frac{5^4 - 1}{4} \right] = 13 \text{ (ص ۸۲)}$$

۱۰

$$\begin{cases} q = \frac{kn}{2} \Rightarrow q = \frac{4 \times 13}{2} = 26 \\ q = \frac{n(n-1)}{2} \Rightarrow q = \frac{13 \times 12}{2} = 78 \end{cases} \Rightarrow 78 - 26 = 52 \text{ (ص ۴۰)}$$

۱۱

$$\text{الف) می‌دانیم } \frac{n}{\Delta + 1} \leq \gamma(G) \leq \frac{n}{\delta + 1} \text{ پس داریم } \frac{n}{\Delta + 1} \leq \gamma(G) \text{ در نتیجه } \gamma(G) \leq 2$$

۱۲

از طرفی مجموعه‌ای مانند $\{e, c\}$ (هر کدام از مجموعه‌های $\{e, b\}$ یا $\{e, d\}$ اگر نوشته شد نیز مورد قبول است) یک مجموعه احاطه‌گر برای گراف G می‌باشد پس $\gamma(G) \leq 2$ بنابراین $\gamma(G) = 2$ (ب) ۳ (ص ۵۰)

۱۳ الف) همبند (ص ۳۹) (ب) زوج (ص ۴۰) (ج) $p - 1$ (ص ۴۲) (د) $-k$ منتظم (ص ۳۵)

$$\text{الف) } p = 7, q = 6 \text{ (ص ۳۵)}$$

$$\text{ب) } 2q = 12 \text{ (ص ۳۹)}$$

$$\text{ج) } N_G[c] = \{a, c, d, e\} \text{ (ص ۳۶)}$$

$$\text{د) } a c e f a \text{ (ص ۳۸)}$$

$$\text{ه) } q(\bar{G}) + d_{\bar{G}}(g) = 15 + 6 = 21 \text{ (ص ۳۸)}$$

۱۴

$$\text{الف) } \gamma(G) \geq \frac{p}{\Delta + 1} \Rightarrow \gamma(G) \geq 3 \text{ (ص ۴۹) (*)}$$

۱۵

از طرفی $A = \{a, e, f\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است بنا به رابطه (*): پس $\gamma(G) = 3$

$$\text{ب) } B = \{a, d, g, h, i, j, k, l\}$$

به هر مجموعه احاطه‌گر هشت عضوی مینیمال دیگر نمره تعلق گیرد. (ص ۴۶)

$$\text{ج) } C = \{a, e, f, b\}$$

به هر مجموعه احاطه‌گر چهار عضوی غیرمینیمال دیگر نمره تعلق گیرد. (ص ۴۷)

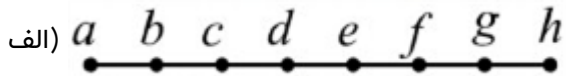


الف) $d_{\bar{G}}(e) = 1$

ب) $q(\bar{G}) = \frac{7(7-1)}{2} - 10 = 11$

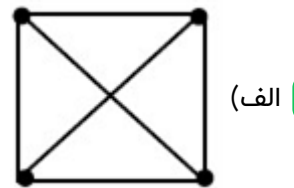
ج) $a f e d c b a$ یا $a b c d e f a$

د) ۳

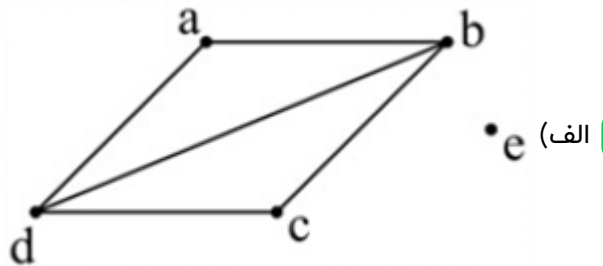


ب) $g f e d c b a$ یا $h g f e d c b$ یا $b c d e f g h$ یا $a b c d e f g$

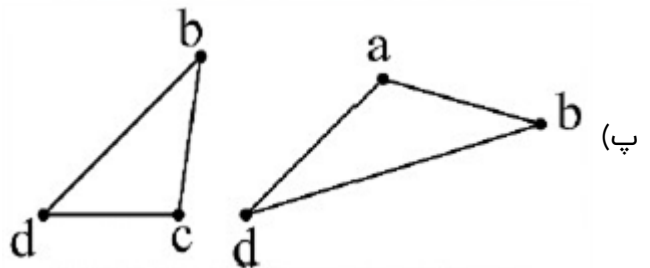
الف) خیر - زیرا رأس m توسط هیچکدام از اعضا این مجموعه احاطه نمی‌شود.
ب) خیر - زیرا با حذف رأس f مجموعه باقی‌مانده هنوز یک مجموعه احاطه‌گر می‌باشد.
پ) $\{e, j\}$



ب) $a b c d a$



ت) $4 + 5 = 9$



$2q = 24 \Rightarrow q = 12 \xrightarrow{+3} 15 = \frac{n(n-1)}{2} \Rightarrow n(n-1) = 30 \Rightarrow n = 6$

ص) $\{a, c, e, g\}$ (ص ۴۶) : یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال

ب) k (تعریف گراف منتظم ص ۳۵)
ت) مینیمال (تعریف ص ۴۶)

الف) دو برابر (نتیجه ابتدای ص ۴۰)
پ) مینیمم (تعریف ص ۴۴)



الف) $D = \{h, c, e\}$

ب) $D = \{g, c, i, e\}$

۲۵

در صورت ارائه مجموعه‌های مشابه با این ویژگی‌ها نمره داده شود. (ص ۵۴)

۲۶

$$T = 4\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{2}$$

۲۷

$$f(\pi) = -1 \Rightarrow a \cos(b\pi) + c = -1 \xrightarrow{|b|=\frac{1}{2}} a \times 0 + c = -1 \Rightarrow c = -1$$

$$\max = 2 \Rightarrow |a| + c = 2 \xrightarrow{c=-1} |a| = 3 \xrightarrow{a>0} a = 3 \text{ (روش اول محاسبه } a)$$

$$f(0) = 2 \Rightarrow a + c = 2 \xrightarrow{c=-1} a = 3 \text{ (روش دوم محاسبه } a)$$

$$2 \cos^2 x - 3 \cos x - 2 = 0$$

۲۸

$$\begin{cases} \cos x = 2 & \text{غ ق ق} \\ \cos x = \frac{-1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{2\pi}{3} \\ x = 2k\pi - \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

$$\tan \alpha > \cos \alpha$$

۲۹

$$\begin{cases} |a| + c = \frac{4}{3} \\ -|a| + c = \frac{2}{3} \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} c = \frac{\max + \min}{2} \\ |a| = \frac{\max - \min}{2} \end{cases} \Rightarrow c = 1, |a| = \frac{1}{3}$$

۳۰

$$T = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = 2 \Rightarrow y = -\frac{1}{2} \sin(2x) + 1 \text{ یا } y = \frac{1}{2} \sin(-2x) + 1$$

$$\Delta x = k\pi + x \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2}$$

۳۱

$k \in \mathbb{Z}, k \neq 4q + 2, q \in \mathbb{Z}$ یا اشاره شود که (جواب‌هایی قابل قبول هستند که باقی‌مانده عدد صحیح k بر ۴ برابر ۲ نباشد).

$$k = 0 \Rightarrow x = 0, k = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}$$

$$\cos 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos 2x = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{6}$$

۳۲

$$\xrightarrow{(0, \pi)} x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$

$$\sin 4x = \frac{1}{2} \Rightarrow 4x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{24}$$

۳۳

$$4x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{5\pi}{24} \Rightarrow x = \frac{5\pi}{24}, \frac{\pi}{24}$$



$$\sqrt{2} \sin x \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sin \sqrt{2}x = \frac{1}{\sqrt{2}} = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

۳۴

$$\begin{cases} \sqrt{2}x = \sqrt{2}k\pi + \frac{\pi}{4} \\ \sqrt{2}x = \sqrt{2}k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{\sqrt{2}} \\ x = k\pi + \frac{3\pi}{\sqrt{2}} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

$$\frac{\sqrt{2}\pi}{|b|} = \sqrt{2}\pi \Rightarrow b = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

۳۵

$$|a| = \frac{2 - (-1)}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \Rightarrow a = \pm \sqrt{2}$$

با توجه به نمودار تابع، $ab = -1$ باید عدد منفی شود بنابراین

$$\cos \sqrt{2}x = \cos x \Rightarrow \sqrt{2}x = \sqrt{2}k\pi \pm x \Rightarrow x = \frac{\sqrt{2}k\pi}{\sqrt{2}-1} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{2}\pi}{\sqrt{2}-1}$$

۳۶

$$\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2}k\pi + \frac{\pi}{4} \\ x = \sqrt{2}k\pi + \frac{3\pi}{4} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

۳۷

$$\text{Max} = \sqrt{2} \Rightarrow a + 1 = \sqrt{2} \Rightarrow a = \sqrt{2} - 1$$

۳۸

$$T = \sqrt{2}\pi : \frac{\sqrt{2}\pi}{|b|} = \sqrt{2}\pi \Rightarrow |b| = 1 \Rightarrow b = 1 \quad a = \sqrt{2} \quad a + b = \sqrt{2} + 1$$

$$1 - \sqrt{2} \sin \sqrt{2}x - \sqrt{2} \sin x + \sqrt{2} = 0 \Rightarrow -\sqrt{2} \sin \sqrt{2}x - \sqrt{2} \sin x + \sqrt{2} = 0$$

۳۹

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = -\frac{1}{\sqrt{2}} \text{ غ ق ق} \\ \sin x = 1 \Rightarrow x = \sqrt{2}k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\sqrt{2} \sin \sqrt{2}x + \sin x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \Rightarrow x = \sqrt{2}k\pi - \frac{\pi}{2} \\ \sin x = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2}k\pi + \frac{\pi}{4} \\ x = \sqrt{2}k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \end{cases} \end{cases}$$

۴۰

$$\cos x (\cos x - \sqrt{2}) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \cos x = \sqrt{2} \text{ غ ق ق} \end{cases} \quad \text{روش اول:}$$

۴۱

روش دوم:

$$t^2 - \sqrt{2}t = 0 \Rightarrow t(t - \sqrt{2}) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \Rightarrow \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \quad k \in \mathbb{Z} \\ t = \sqrt{2} \Rightarrow \cos x = \sqrt{2} \end{cases}$$

نادرست ۴۲

درست ۴۳

$$T = \frac{\sqrt{2}\pi}{|b|} \Rightarrow T = \sqrt{2} \quad \text{Max} : |a| + c = 1 + \sqrt{2}$$

۴۴

$$\text{Min} : -|a| + c = -1 + \sqrt{2}$$



$$\sqrt{3} \sin x + \sqrt{3} = 0 \Rightarrow \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \Rightarrow \sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi - \frac{\pi}{3} \\ x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \xrightarrow{[0, 2\pi]} \begin{cases} x = \frac{5\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

۴۵

نادرست ۴۶

$$\cos x (\sqrt{3} \cos x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \sqrt{3} \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

۴۷

$$\cos 2x = \cos x \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + x \\ 2x = 2k\pi - x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi \\ x = \frac{2k\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

۴۸

نادرست ۴۹

$$\begin{cases} \max y = |a| + c = 2 + 1 = 3 \\ \min y = -|a| + c = -2 + 1 = -1 \end{cases}$$

۵۰



