

۱ خط گذرنده از محل تلاقی مجانب‌های تابع $f(x) = \frac{x-3}{2x-1}$ و نقطهٔ مینیمم تابع $g(x) = x^2 + 4x + 2$ از نقطهٔ

عطف تابع $h(x) = x^3 - 3x^2 + a$ می‌گذرد. مقدار ماکزیمم نسبی تابع $h(x)$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) -۳ (۴) صفر

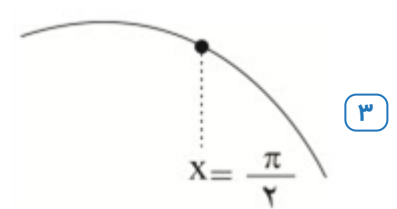
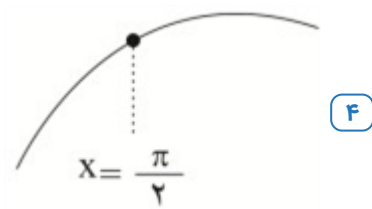
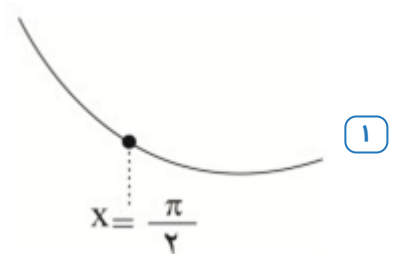
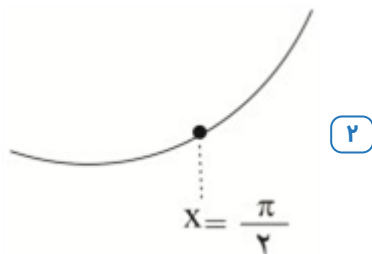
۲ تابع $f(x) = x|x^2 - 1|$ در بازه $(-3, b)$ دارای سه نقطهٔ بحرانی است. بیشترین مقدار b کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴)

۳ تابع $f(x) = (x-1)|x^2 + ax + b|$ فقط در $x = -1$ مشتق ندارد. این تابع روی بازه $[k, 1]$ اکیداً صعودی است. حداقل k کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $-\frac{1}{3}$

۴ نمودار تابع $f(x) = x^2 - \cos 2x$ در همسایگی نقطه $x = \frac{\pi}{2}$ کدام است؟



۵ در کره‌ای به شعاع $3\sqrt{3}$ یک استوانه محاط کرده‌ایم. بیشترین حجم استوانه کدام است؟

- ۱ (۱) 118π (۲) 108π (۳) 98π (۴) 96π

۶ اگر مجموع طول‌های ماکزیمم و مینیمم نسبی تابع $f(x) = x^3 - ax^2 - 9x$ برابر ۲ باشد، حاصل جمع عرض‌های ماکزیمم و مینیمم نسبی تابع f کدام است؟

- ۱ (۱) ۲۲ (۲) -۲۲ (۳) ۳۲ (۴) -۳۲

۷ حاصل جمع عرض‌های نقاطی که بر نمودار تابع $f(x) = -x^2 + 4$ قرار داشته و فاصله‌ی آنها از نقطه‌ی $A(0, 2)$ کم‌ترین مقدار باشد، کدام است؟

- ۱ $\frac{5}{2}$ ۲ ۱۰ ۳ $\frac{5}{4}$ ۴ ۵

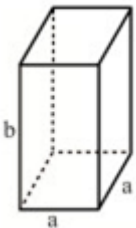
۸ اگر تابع $f(x) = \frac{ax - 3}{a + 2 - x}$ در بازه‌ی $(1, +\infty)$ اکیداً نزولی باشد، حدود a کدام است؟

- ۱ $(a < -3) \cup (a > 1)$ ۲ $-1 < a < 3$
 ۳ $(a < -1) \cup (a > 0)$ ۴ $-3 < a < 1$

۹ برای تابع $f(x) = \begin{cases} 2 - x^3 & x < 1 \\ -x^2 + 1 & x \geq 1 \end{cases}$ ، نقطه به طول $x = 1$ چه نوع نقطه‌ای است؟

- ۱ نه ماکزیمم نسبی و نه مینیمم نسبی ۲ هم ماکزیمم نسبی و هم مینیمم نسبی
 ۳ ماکزیمم نسبی ۴ مینیمم نسبی

۱۰ مکعب مستطیل شکل مقابل با یک صفحه‌ی موقوایی به مساحت ۳۶ متر مربع ساخته شده است. بیشترین مقدار حجم مکعب مستطیل چند مترمکعب است؟



- ۱ $6\sqrt{2}$ ۲ $9\sqrt{6}$ ۳ $6\sqrt{2}$ ۴ $6\sqrt{6}$

۱۱ طول نقطه‌ی ماکسیمم نسبی تابع با ضابطه‌ی $y = (x - 1)^2 \sqrt{x^2}$ ، کدام است؟

- ۱ $\frac{1}{4}$ ۲ $\frac{1}{3}$ ۳ $\frac{1}{2}$ ۴ $\frac{2}{3}$

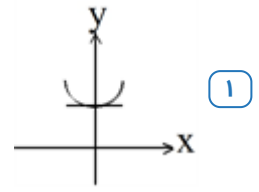
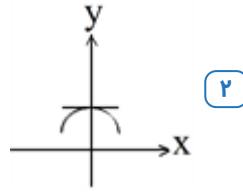
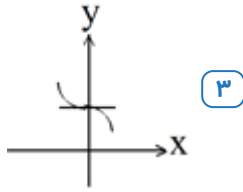
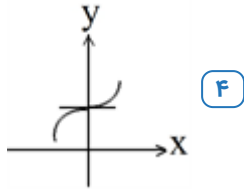
۱۲ اگر تابع‌هایی به صورت $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - (m - 1)x^2 + 8x$ ، دارای ماکزیمم و مینیمم، با طول‌های منفی باشند. آن‌گاه مجموعه‌ی طول نقاط عطف این توابع، در کدام بازه است؟

- ۱ $(-5, -\frac{1}{2})$ ۲ $(-4, -1)$ ۳ $(-\infty, -2)$ ۴ $(-\infty, -4)$

۱۳ تقعر منحنی به معادله‌ی $y = x^2 + \sqrt{x}$ در کدام بازه روبه پایین است؟

- ۱ $(0, \frac{1}{4})$ ۲ $(0, \frac{1}{2})$ ۳ $(0, 1)$ ۴ $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$

۱۴ نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = \frac{x^2 + 1}{x^3 + 1}$ در نزدیکی نقطه‌ی $x = 0$ چگونه است؟



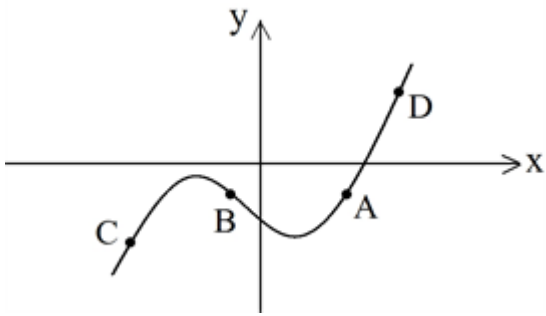
۱۵ تعداد نقاط بحرانی تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{\sqrt{1+x^2}}{x}$ بر روی دامنه‌ی خود، کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) بی‌شمار

۱۶ روی خطی به موازات محور y ها، نقاطه M و N ، به ترتیب، روی منحنی‌های $y = x^3 - 2x^2 + 1$ و $y = x^3 + 2x - 3$ بین نقاط تلاقی دو منحنی قرار دارند. بیشترین مقدار طول پاره‌خط MN کدام است؟

۱) ۲/۵ ۲) ۳/۵ ۳) ۴/۵ ۴) ۵/۵

۱۷ اگر f' مشتق تابع f باشد و f'' مشتق تابع f' را نشان دهد. در چند تا از نقاط A, B, C, D حاصل $xf'f''$ منفی است؟



۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۸ نقطه $A(-1, 1)$ ماکزیمم نسبی تابع $f(x) = -x^3 + 3ax^2 + b$ است. حاصل $\frac{b}{a}$ کدام است؟

۱) -۳ ۲) $-\frac{1}{3}$ ۳) صفر ۴) نشدنی

۱۹ کدام عبارت درباره‌ی اکستریم نسبی تابع و آزمون مشتق اول عبارتی، درست است؟

۱) اگر $f'(x_0) = 0$ آن‌گاه $f(x_0)$ اکستریم نسبی تابع f است.

۲) در نقاط اکستریم نسبی تابع f ، f' موجود و برابر صفر است.

۳) در اکستریم نسبی تابع f ، اگر f' وجود داشته باشد آن‌گاه $f' = 0$.

۴) اگر $f'(x_0)$ موجود و برابر صفر باشد، آن‌گاه f در x_0 دارای ماکزیمم یا مینیمم نسبی است.

۲۰ اگر $A(1, -2)$ نقطه‌ی عطف منحنی به معادله‌ی $y = ax^3 + bx^2 - 3x - 1$ باشد. مقدار تابع در نقطه‌ی ماکزیمم نسبی آن، کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) فاقد ماکزیمم نسبی

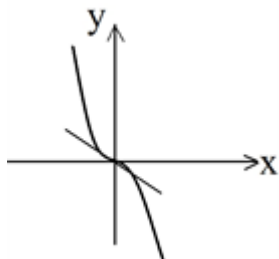
۲۱ در کدام بازه تعقر منحنی تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^{\frac{6}{5}} - 12x^{\frac{1}{5}}$ روبه پایین است؟

- ۱ $(-\infty, -8)$ ۲ $(-8, 0)$ ۳ $(-4, 2)$ ۴ $(0, 2)$

۲۲ نقطه‌ی بحرانی تابع با ضابطه‌ی $f(x) = (x^3 - 3x^2 + 4)^{\frac{1}{3}}$ روی بازه‌ی $(-1, 2)$ چگونه است؟

- ۱ مینیمم ۲ ماکسیمم ۳ عطف ۴ مشتق‌ناپذیر

۲۳ شکل مقابل نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = -x^3 + ax^2 + bx$ است. دوتایی (a, b) کدام می‌تواند باشد؟

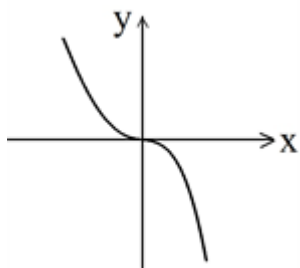


- ۱ $(-1, 0)$ ۲ $(0, -1)$ ۳ $(0, 1)$ ۴ $(1, 0)$

۲۴ کم‌ترین مقدار تابع $y = \frac{1}{4}x^4 - x^3 - 2x^2$ ، کدام است؟

- ۱ -۳۶ ۲ -۳۲ ۳ -۲۴ ۴ -۱۸

۲۵ شکل مقابل نمودار تابع $y = ax^3 + bx^2 - 4x$ است. کدام دوتایی برای (a, b) می‌تواند مورد قبول باشد؟



- ۱ $(-1, 3)$ ۲ $(-1, 6)$ ۳ $(1, -2)$ ۴ $(1, 4)$

۲۶ کدام گزینه به درستی بیان شده است؟

- ۱ اختلاف چگالی الماس و گرافیت تقریباً برابر با اختلاف چگالی پلی‌اتن سبک و سنگین است.
 ۲ جامدهای کووالانسی در طبیعت از کربن و سیلیس تشکیل شده‌اند.
 ۳ سیلیس در اثر حرارت به مولکول‌های گازی با فرمول SiO_2 تبدیل می‌شود.
 ۴ در فرمول شیمیایی MSiO_2 ، M و Si می‌توانند هم‌گروه باشند.

ترتیب درستی یا نادرستی عبارتهای زیر در کدام گزینه آمده است؟
 الف) مدل دریای الکترونی تنوع عدد اکسایش فلزها را برخلاف رسانایی الکتریکی آنها توجیه نمی‌کند.
 ب) اگر در CaBr_2 به جای Br^- یون Cl^- جایگزین کنیم، نقطه ذوب ترکیب کاهش می‌یابد.
 پ) در سیلیس، هر اتم سیلیسیم با دو اتم اکسیژن پیوند اشتراکی برقرار می‌کند.
 ت) گرافیت تک‌لایه‌ای از گرافن است که در آن اتم‌های کربن حلقه‌های شش‌گوشه پدید می‌آورند.

- ۱) درست - نادرست - نادرست - درست
 ۲) نادرست - نادرست - درست - درست
 ۳) نادرست - درست - درست - نادرست
 ۴) درست - نادرست - نادرست - درست

پاسخ درست پرسش‌های الف و ب در کدام گزینه آورده شده است؟
 الف) فرمول شیمیایی ترکیب حاصل از عنصر M با بیشترین خصلت فلزی از دوره دوم و نافلز X، که دارای بیشترین شعاع اتمی در دوره سوم جدول تناوبی است، چیست؟
 ب) اگر شعاع اتم عنصرهای A و D به ترتیب ۱۹ و ۱۲ به ترتیب ۲۳۱ و ۱۶۰ پیکومتر باشد، شعاع اتم سومین عنصر گروه دوم جدول تناوبی برحسب پیکومتر، کدام عدد می‌تواند باشد؟

- ۱) M_3X - ۱۹۷
 ۲) MX - ۱۴۷
 ۳) MX - ۱۹۷
 ۴) M_3X - ۱۴۷

با توجه به اینکه آنتالپی فروپاشی شبکه بلور AO از BO بیشتر است و آنتالپی فروپاشی شبکه بلوری MgY از MgX_2 بیشتر است. کدام عبارت درست است؟
 الف) اگر A و B در یک گروه باشند، خصلت فلزی B از A بیشتر است.
 ب) اگر X و Y در یک دوره باشند، X متعلق به گروه ۱۷ است.
 پ) اگر A عنصر فلز اصلی باشد، در این صورت B فلز واسطه است.
 ت) آنتالپی فروپاشی شبکه بلور MgY از نیتريد این فلز بیشتر است.

- ۱) الف - پ
 ۲) ب - ت
 ۳) الف - ب
 ۴) ب - پ

چند مورد از عبارتهای زیر نادرست است؟
 • TiO_2 همه طول موجهای مرئی را جذب می‌کند و به رنگ سفید دیده می‌شود.
 • سدیم یدید مانند هیدروژن سیانید، بر اثر عبور جریان برق در حالت مذاب تجزیه می‌شود.
 • عدد کوئوردیناسیون، شمار نزدیک‌ترین یون‌های موجود پیرامون هر یون در شبکه بلور است.
 • واکنش‌پذیری و تنوع اعداد اکسایش از جمله رفتارهای شیمیایی فلزها است.

- ۱) ۱
 ۲) ۲
 ۳) ۳
 ۴) ۴

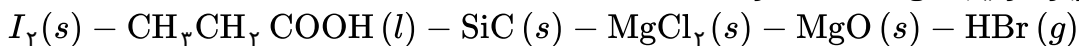
چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟
 • ماده‌ای که بیشترین درصد جرمی در خاک رس را دارد، یک جامد مولکولی است.
 • عنصرهای اصلی سازنده جامدهای کوالانسی در طبیعت، اکسیژن و سیلیسیم هستند.
 • بیش از ۹۰ درصد پوسته جامد زمین را سیلیس تشکیل می‌دهد.
 • دو مورد از سه مورد (شفافیت، وجود حلقه‌های شش‌ضلعی و رسانایی الکتریکی)، بین الماس، سیلیس و گرافن مشترک است.

- ۱) ۳
 ۲) ۲
 ۳) ۱
 ۴) صفر

اگر آنتالپی فروپاشی سدیم کلرید و منیزیم فلوئورید به ترتیب برحسب کیلوژول بر مول برابر ۷۸۷ و ۲۹۶۵ باشد. گرمای لازم برای فروپاشی ۷/۱۱ گرم سدیم کلرید با گرمای لازم برای فروپاشی تقریباً چند گرم منیزیم فلوئورید برابر است؟
 ($F = ۱۹, Na = ۲۳, Mg = ۲۴, Cl = ۳۵/۵ : g. mol^{-1}$)

- ۱) ۶/۵۵
 ۲) ۵/۶۵
 ۳) ۲/۳۹
 ۴) ۳/۲۹

چند مورد از مطالب زیر درباره ترکیب‌های داده شده درست است؟



- در بین این مواد فقط یک ترکیب فاقد مولکول و یون است.
- در محلول آبی حداقل دو ترکیب $[OH^-] > [H_3O^+]$ است.
- دو ترکیب دارای مولکول و نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی نامتقارن هستند.
- از یکی از آن‌ها، در ساخت ساینده‌ها استفاده می‌شود.
- از سه ترکیب می‌توان به عنوان شاره یونی استفاده کرد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۵ (۱)

حدود ۳۸٪ جرم خاک رس را آلومینیم اکسید تشکیل می‌دهد. از استخراج Al از هر کیلوگرم خاک رس، به تقریب چند

گرم Al به دست می‌آید؟ (بازده فرآیند را ۸۰٪ در نظر بگیرید؛ $Al = 27, O = 16 : g. mol^{-1}$)

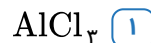
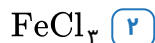
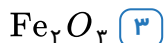
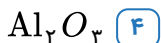
۱۶۱ (۴)

۱۵۰ (۳)

۱۳۲ (۲)

۱۰۱ (۱)

انرژی شبکه در کدام ترکیب بیشتر است؟



دو مولکول کربونیل سولفید و هیدروژن سیانید در چند مورد زیر با هم شباهت دارند؟
 * داشتن ساختار خطی
 * شمار جفت الکترون‌های پیوندی
 * شمار اتم‌هایی که به آرایش هشتایی پایدار رسیده‌اند.
 * شمار اتم‌ها در ساختار مولکول

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

آنتالپی فروپاشی شبکه‌ی ترکیب یونی حاصل از کاتیون کدام فلز با یون فلوئورید، بیش‌تر است؟

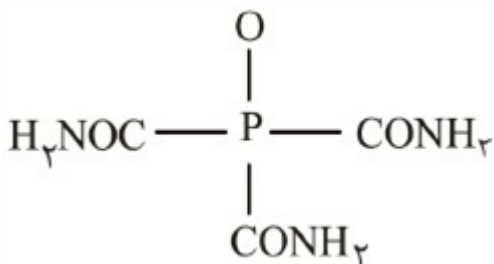
پتاسیم (۴)

منیزیم (۳)

آلومینیم (۲)

سدیم (۱)

در ترکیب مقابل، با رعایت قاعده هشتایی، چند جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد؟



۱۴ (۴)

۱۲ (۳)

۱۰ (۲)

۹ (۱)

جمع جبری بار یون‌های نیترات، سیلیکات، فسفات و هیدروژن کربنات و عدد اکسایش اتم مرکزی آن‌ها کدام است؟

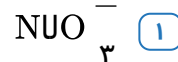
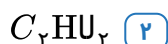
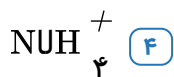
-۲ (۴)

-۱ (۳)

۹ (۲)

۱۰ (۱)

در کدام گونه، اتم مشخص شده با خط، دارای بار جزئی منفی (δ^-) است؟

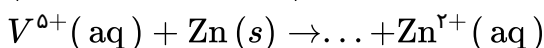
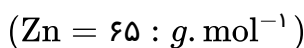


- ۱) انرژی فروپاشی شبکه بلور NaF ، از انرژی شبکه بلور هالید کاتیونی از اولین عنصر دسته s جدول دوره‌ای که به آرایش الکترونی گاز نجیب دوره سوم می‌رسد، قطعاً بیشتر است.
- ۲) اتین یک هیدروکربن گازی است به میزان زیادی در اتانول حل می‌شود.
- ۳) عدد کوئوردیناسیون همه ترکیب‌های یونی با هم برابر بوده و این نسبت برابر با یک است.
- ۴) چگالی بار یون منیزیم از یون سدیم کمتر است، به همین دلیل انرژی فروپاشی شبکه بلور منیزیم اکسید از سدیم اکسید بیشتر است.

در مولکول هسته هر سه اتم سازنده آن بر روی یک خط راست قرار دارند و رفتار این مولکول در میدان الکتریکی مشابه رفتار مولکول است.

- ۱) گوگرد دی‌اکسید - فسفر تری‌کلرید
- ۲) کربن دی‌اکسید - کلروفرم
- ۳) کربونیل سولفید - کربن تتراکلرید
- ۴) هیدروژن سیانید - آمونیاک

در آزمایش اکسایش فلزات واسطه، اگر به $۰/۱$ لیتر از محلول $۰/۱$ مولار نمک وانادیم (V)، ۶۵۰ میلی‌گرم از فلز روی افزوده شود، رنگ پایانی محلول چه خواهد بود؟ (واکنش را در هر مرحله کامل شده در نظر بگیرید.)



- ۱) بنفش
- ۲) آبی
- ۳) سبز
- ۴) زرد

کدام مطلب، درست است؟

- ۱) در میان عنصرهای دوره سوم جدول تناوبی، بیشترین چگالی بار متعلق به یون پایدار عنصری از گروه ۱۳ است.
- ۲) آنتالپی فروپاشی شبکه بلور منیزیم فلئورید از سدیم فلئورید بیشتر، اما از سدیم اکسید کمتر است.
- ۳) با افزایش واکنش‌پذیری فلزات قلیایی، آنتالپی فروپاشی شبکه بلور اکسید آن‌ها افزایش می‌یابد.
- ۴) جامدهای یونی از تجمع شمار زیادی آنیون و کاتیون تشکیل شده‌اند که عبور جریان برق از آن‌ها، باعث تجزیه آن‌ها می‌شود.

همه ترکیبات زیر در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند؛ به جز:

- ۱) استون
- ۲) کربن دی‌سولفید
- ۳) هیدروژن سیانید
- ۴) دی‌اتیل اتر

کدام عنصر با عدد اتمی داده شده، با افزایش شعاع یونی نسبت به شعاع اتمی، هنگام تشکیل یون پایدار مواجه است؟

- ۱) ${}_{۳۷}\text{D}$
- ۲) ${}_{۱۳}\text{Z}$
- ۳) ${}_{۳۱}\text{A}$
- ۴) ${}_{۳۵}\text{X}$

در چند مورد از ترکیبات جدول زیر، نام و فرمول شیمیایی ترکیب، به درستی نوشته شده است؟

نام	دی‌نیتروژن تری‌اکسید	کلرپتا فلئورید	تیتانیم (II) اکسید	وانادیم (V) اکسید
فرمول شیمیایی	$\text{NO}_۳$	$\text{Cl}_۲\text{F}_۵$	$\text{TiO}_۲$	$\text{V}_۲\text{O}_۵$

- ۱) ۱
- ۲) ۲
- ۳) ۳
- ۴) ۴

واژه‌ی «فرمول مولکولی» را برای توصیف چه تعداد از مواد زیر، نمی‌توان به کار برد؟

* کربن دی‌سولفید * سیلیسیم * کلروفرم * کربونیل سولفید

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

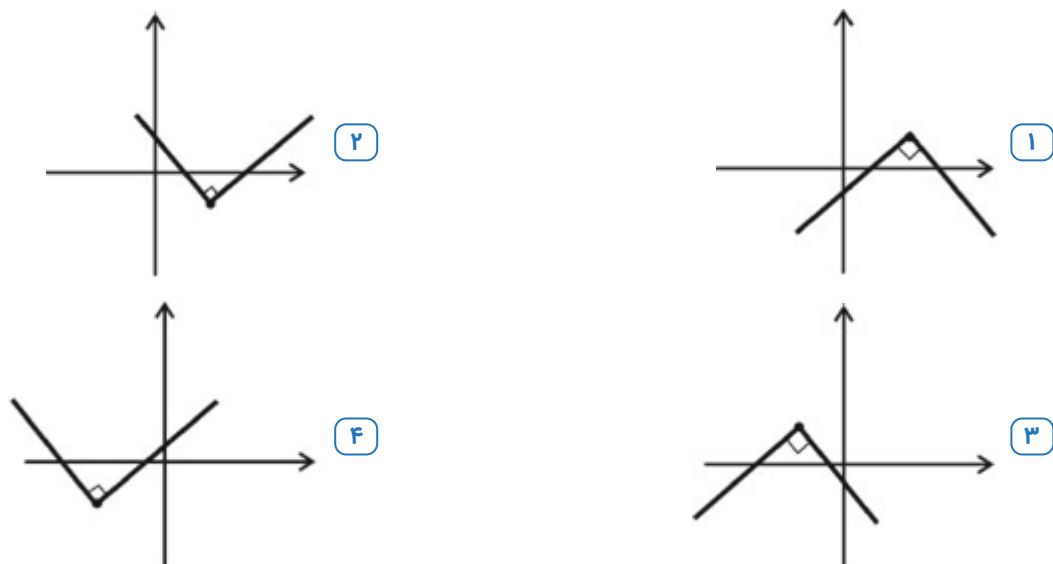
کدام یون، شعاع کوچک‌تری دارد؟

- ۱ (۱) ${}_{12}\text{Mg}^{2+}$ ۲ (۲) ${}_{9}\text{F}^{-}$ ۳ (۳) ${}_{11}\text{Na}^{+}$ ۴ (۴) ${}_{8}\text{O}^{2-}$

با توجه به ویژگی‌های ساختاری و خواص جامدهای یونی، کدام بیان نادرست است؟

- ۱ (۱) جامدهای یونی رسانای جریان برق نیستند و یون‌ها در آن‌ها حرکت آزاد ندارند.
 ۲ (۲) شبکه بلور، از چیدمان یون‌های ناهم‌نام با نظم ویژه‌ای در سه بعد فضا به وجود می‌آید.
 ۳ (۳) انرژی شبکه بلور هالیدهای فلزهای قلیایی، با افزایش عدد اتمی هالوژن، افزایش می‌یابد.
 ۴ (۴) آرایش یون‌ها در بلور جامد یونی، بسته به اندازه نسبی آنیون و کاتیون از الگوی ویژه متفاوتی پیروی می‌کند.

کدام نمودار، مشابه نمودار تابع $y = -|x - 3| + 1$ است؟



اگر $f = \{(1, 2x - y)(3, 1)(7, 19)(1, 2)(7, x + y^2)\}$ یک تابع باشد، حاصل کسر $\frac{2y + 4x}{x^2 + y^2}$ کدام است؟ $(x > 0)$

- ۱ (۱) $0/6$ ۲ (۲) $0/8$ ۳ (۳) 1 ۴ (۴) $0/7$

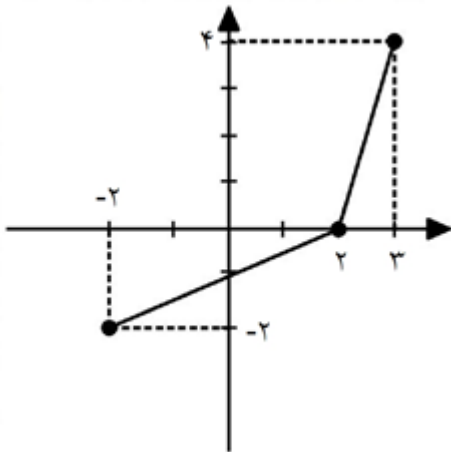
اگر نمودار سهمی $y = mx^2 - 3x + m + 1$ همواره بالای خط $y = mx - 2$ قرار گیرد، حداقل مقدار صحیح m کدام است؟

- ۱ (۱) 2 ۲ (۲) 1 ۳ (۳) -1 ۴ (۴) -2

اگر $f(x) = (x + 1)^2 + (3x - 1)^2 + mx^2 + nx + mn$ تابع ثابت باشد، و $g = \{(4, m), (n, p + 1), (p + 2, -1), (-9, p + k)\}$ آنگاه $n + m + p + k$ کدام است؟

- ۱ (۱) 7 ۲ (۲) 8 ۳ (۳) -8 ۴ (۴) -7

۵۵ با توجه به شکل مقابل، حاصل $f(f(2)) + f\left(f\left(\frac{5}{2}\right)\right)$ کدام است؟



- ۱) ۳ ۲) -۳ ۳) ۲ ۴) -۱

۵۶ حداقل چند زوج مرتب از مجموعه $\{(x, y) : x, y \in \mathbb{Z} \text{ و } x^2 + y^2 = 25\}$ حذف کنیم تا آن مجموعه تبدیل به تابع شود؟

- ۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) ۷

۵۷ بازه (m, n) بزرگترین بازه‌ای است که نمودار تابع $f(x) = (x - 2)^2 - 2|x|$ در آن بازه، زیر نمودار خط $x + y = 10$ حاصل $3n - 2m$ کدام است؟

- ۱) ۲۰ ۲) ۲۲ ۳) ۲۴ ۴) ۲۶

۵۸ اگر $f(x) = 2x + 3$ ، $g(x) = x^2 + 1$ ، $h(x)$ تابع همانی و $k(x) = 2$ تابع ثابت باشند،

مقدار $\frac{h(f(2)) + h(g(2))}{k(f(2)) + g(k(2))}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{2}{5}$ ۲) $\frac{12}{14}$ ۳) $\frac{12}{7}$ ۴) $\frac{4}{7}$

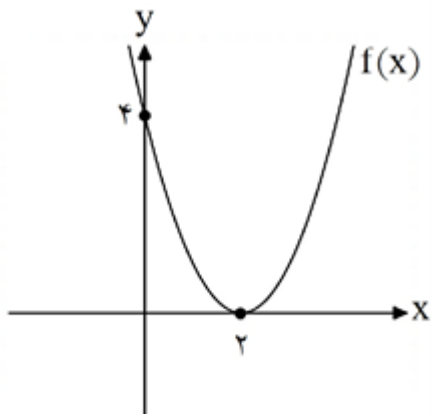
۵۹ به ازای چند مقدار صحیح m ، نمودار $y = -3x^2 + 2x$ بالاتر از نمودار خط $y = mx + 3$ قرار نمی‌گیرد؟

- ۱) ۱۱ ۲) ۱۲ ۳) ۱۳ ۴) ۱۴

۶۰ به ازای کدام مقدار(های) m ، نمودار تابع $f(x) = 2x^2 + (m + 1)x + m + 6$ بر نیمساز ناحیه سوم محورهای مختصات، مماس است؟

- ۱) -۴ ۲) ۱۲ ۳) ۱۲ و -۴ ۴) ۴ و -۱۲

نمودار سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$ به صورت مقابل است. مقدار $f(a + b + c - ۲)$ کدام است؟



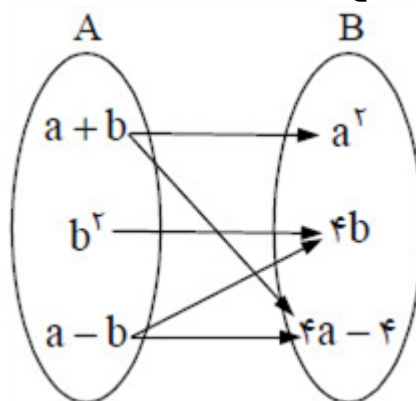
۲۹ (۴)

۲۵ (۳)

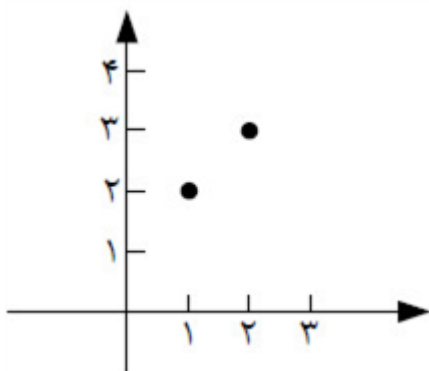
۲۳ (۲)

۲۷ (۱)

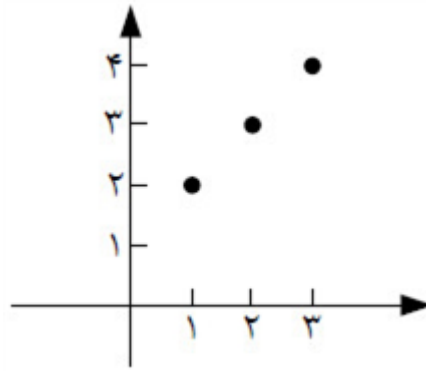
۶۲ در شکل زیر، نمودار پیکانی تابع f از مجموعه A به مجموعه B رسم شده است. نمودار مختصاتی تابع f کدام



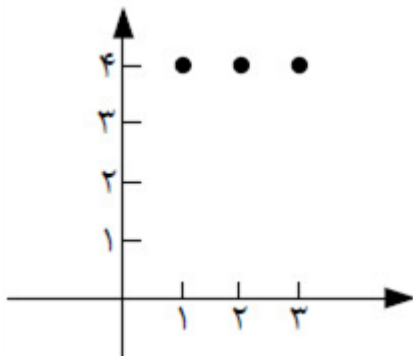
است؟



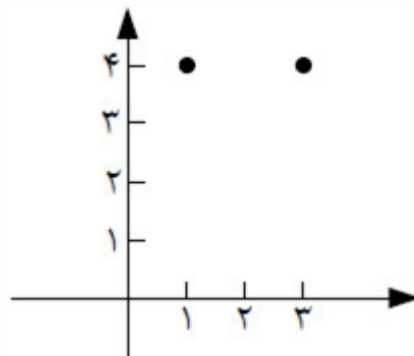
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

مساحت ناحیه بین نمودارهای دو تابع $f(x) = -|x| + 2$ و $g(x) = |x| - 2$ کدام است؟

۲۴ (۴)

۱۶ (۳)

۱۲ (۲)

۸ (۱)

اگر f تابع مدل ریاضی هریک از مسائل داده شده باشد، دامنه‌ی کدام مسئله مجموعه‌ی اعداد طبیعی است؟

۱ میزان مصرف آب ماهیانه یک خانه در تابستان گذشته

۲ تعداد درختان کاشته شده در کشور طی سال گذشته

۳ تعداد اعداد کسری بین دو عدد صفر و یک

۴ محیط دایره‌ای به شعاع ۲

کدام یک از رابطه‌های تعریف شده، یک تابع است؟

۱ رابطه‌ای که به هر عدد، عامل‌های اول آن عدد را نسبت می‌دهد.

۲ رابطه‌ای که به هر عدد، مربع کامل ریشه‌ی دوم آن را نسبت می‌دهد.

۳ رابطه‌ای که به هر متوازی‌الاضلاع، طول قطر آن را نسبت می‌دهد.

۴ رابطه‌ای که به هر مثلث متساوی‌الاضلاع، ارتفاع آن را نسبت می‌دهد.

کدام رابطه، ضابطه‌ی یک تابع است؟

$x^2 = y^2$ (۴)

$|x| = |y|$ (۳)

$x^2 + y^2 = 0$ (۲)

$y^4 - x^2 = 0$ (۱)

$$f(x) = \frac{x-3}{2x-1} : w \left| \begin{array}{l} x = \text{مجانِب قائم} \Rightarrow 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \\ y = \text{مجانِب افقی} : x \Rightarrow \infty \Rightarrow y = \frac{1}{2} \end{array} \right. \Rightarrow w \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right)$$

$$g(x) = x^2 + 4x + 2 : \begin{cases} x_{\min} = x_{\text{راس}} = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2(1)} = -2 \Rightarrow \min(-2, -2) \\ y_{\min} = g(-2) = -2 \end{cases}$$

معادله خط گذرنده از نقاط $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ و $(-2, -2)$ ، $y = x$ است. پس نقطه عطف تابع h نیز بر خط $y = x$ واقع

$$h(x) = x^3 - 3x^2 + a : \begin{cases} x_{\text{عطف}} = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{2(1)} = 1 \\ y_{\text{عطف}} = h(1) = a - 2 = 1 \Rightarrow a = 3 \end{cases} \text{ است:}$$

x		۰	۲
f'(x)		+	-
f(x)		↗	↘
		max نسبی	min نسبی

$$h'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x = 0, 2$$

$$h(0) = 1$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ریشه‌های داخل قدرمطلق، نقاط بحرانی‌اند یعنی ± 1 . حال سایر نقاط بحرانی را پیدا

$$f(x) = \pm(x^3 - x) \text{ می‌کنیم.}$$

$$f'(x) = \pm(3x^2 - 1) \xrightarrow{f'=0} x = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$$

پس نقاط بحرانی به ترتیب برابر -1 ، $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ، $\frac{\sqrt{3}}{3}$ و 1 است و حداکثر b برابر 1 است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. این تابع در $x = -1$ مشتق ناپذیر است پس:

$$(-1)^r + a(-1) + b = 0 \Rightarrow -a + b = -1$$

از طرفی مقدار $x^r + ax + b$ در $x = 1$ نیز باید برابر صفر باشد.

$$(1)^r + a(1) + b = 0 \Rightarrow a + b = -1$$

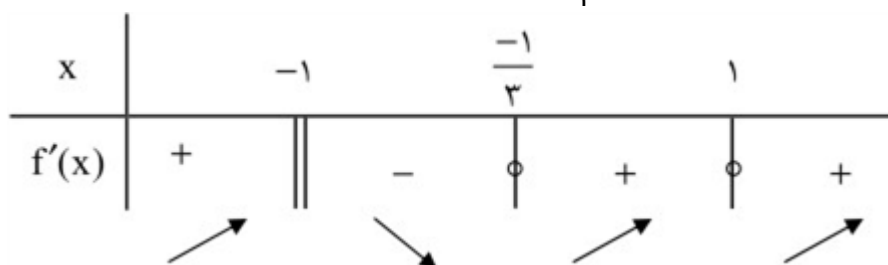
با حل دستگاه حاصل $a = 0$ و $b = -1$ می‌شوند.

$$f(x) = (x-1)|x^r - 1| = \begin{cases} (x-1)(x^r - 1) = (x-1)^r(x+1) & x > 1 \text{ یا } x < -1 \\ -(x-1)(x^r - 1) = -(x-1)^{r(x+1)} & -1 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

از تابع مشتق می‌گیریم و جدول تعیین علامت مشتق را می‌یابیم:

$$f'(x) = \begin{cases} 2(x-1)(x+1) + (x-1)^r = 0 & x > 1 \text{ یا } x < -1 \\ -2(x-1)(x+1) - (x-1)^r = 0 & -1 < x < 1 \end{cases}$$

ریشه‌های مشتق $x = 1$ و $x = -\frac{1}{3}$ هستند.



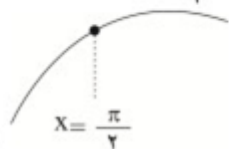
تابع در بازه‌ی $[-\frac{1}{3}, 1]$ اکیداً صعودی است.

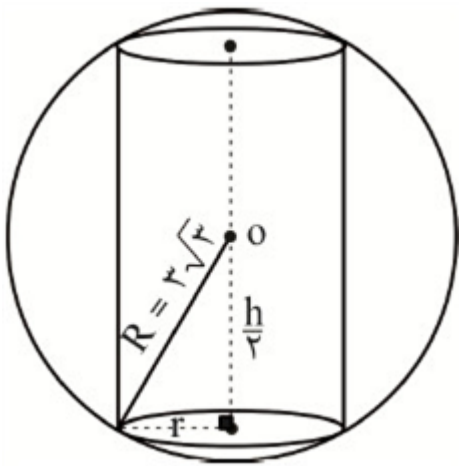
گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f'(x) = 2x + 2\sin 2x \rightarrow f'(\frac{\pi}{2}) = 2(\frac{\pi}{2}) + 2\sin \pi = \pi > 0 \quad (1) \text{ در همسایگی } x = \frac{\pi}{2} \text{ صعودی است.}$$

$$f''(x) = 2 + 4\cos 2x \rightarrow f''(\frac{\pi}{2}) = 2 + 4\cos(\pi) = 2 - 4 = -2 < 0 \quad (2) \text{ جهت تقعر در } x = \frac{\pi}{2} \text{ رو به پایین است.}$$

(1), (2) \Rightarrow





$$(3\sqrt{3})^2 = r^2 + \frac{h^2}{4} \Rightarrow r^2 = 27 - \frac{1}{4}h^2 \quad (1)$$

$$\text{استوانه } V = \pi r^2 \cdot h = \pi \left(27 - \frac{1}{4}h^2\right) \cdot h$$

$$\text{استوانه } V(h) = 27\pi h - \frac{\pi}{4}h^3; 0 \leq h \leq 6\sqrt{3}$$

برای یافتن نقاط بحرانی تابع حجم استوانه در بازه $[0, 6\sqrt{3}]$ ریشه‌های مشتق را به دست می‌آوریم:

$$V'(h) = 27\pi - \frac{3\pi}{4}h^2 = 0 \Rightarrow h = 6 \Rightarrow r^2 = 18$$

$$V_{\max} = \pi r^2 \cdot h = \pi \times 18 \times 6 = 108\pi$$

$$f(x) = x^3 - ax^2 - 9x$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

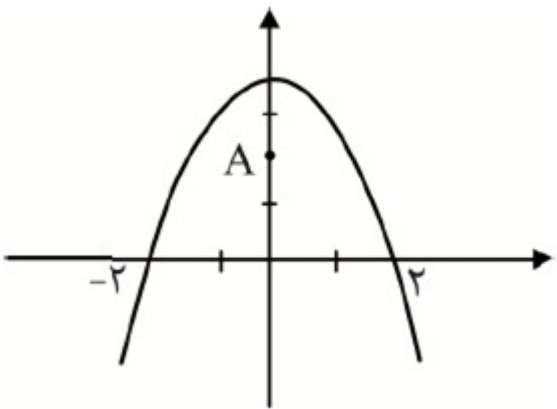
$$f'(x) = 3x^2 - 2ax - 9$$

$$x' + x'' = -\frac{-2a}{3} = 2 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow \begin{cases} f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x \\ f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 \end{cases}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 3 \end{cases} \quad \text{طول اکسترم‌های نسبی}$$

$$\begin{cases} f(-1) = 5 \\ f(3) = -27 \end{cases} \quad \text{عرض اکسترم‌های نسبی} \Rightarrow 5 + (-27) = -22$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$y = -x^2 + 4, A(0, 4), B(x, y) \in f$$

$$d = \sqrt{(x - 0)^2 + (y - 4)^2} \quad \text{کم‌ترین مقدار باشد}$$

$$d = \sqrt{x^2 + (-x^2 + 4 - 4)^2} = \sqrt{x^2 + (2 - x^2)^2}$$

$$d = \sqrt{x^2 - 3x^2 + 4}$$

$$d' = \frac{2x^2 - 6x}{2\sqrt{x^2 - 3x^2 + 4}} = 0 \Rightarrow 2x^2 - 6x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = \frac{3}{2} \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{3}{2}} \end{cases}$$

$$x = 0 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow d = 2$$

$$x = \pm\sqrt{\frac{3}{2}} \Rightarrow y = \frac{5}{2} \Rightarrow d = \frac{\sqrt{5}}{2} \quad \text{کم‌ترین مقدار}$$

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{5}{2}\right), \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{5}{2}\right) \quad \frac{5}{2} + \frac{5}{2} = 5$$

$$f'(x) = \frac{a(a+2) - 3}{(-x+a+2)^2} = \frac{a^2 + 2a - 3}{(-x+a+2)^2} < 0$$

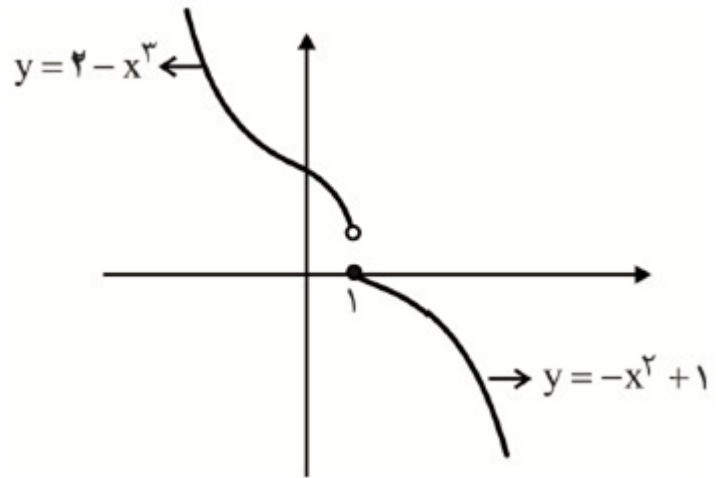
گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۸

$$(a+3)(a-1) < 0 \Rightarrow -3 < a < 1$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل نه ماکزیمم نسبی است و نه مینیمم نسبی است، زیرا عرض این نقطه از عرض نقاط مجاورش در سمت چپ کمتر و از عرض نقاط مجاورش در سمت راست بیشتر است.

۹



گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۱۰

$$2a^2 + 2ab = 36 \Rightarrow b = \frac{18 - a^2}{2a}$$

$$V = a^2 b = a^2 \times \frac{18 - a^2}{2a} = \frac{18a - a^3}{2}$$

$$V'(a) = \frac{18 - 3a^2}{2} = 0 \Rightarrow a^2 = 6 \Rightarrow a = \sqrt{6}$$

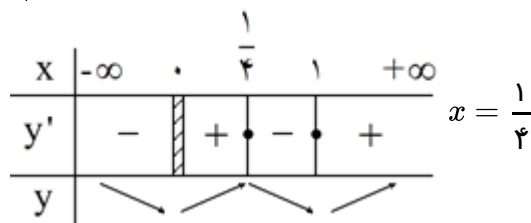
$$V(\sqrt{6}) = \frac{18\sqrt{6} - (\sqrt{6})^3}{2} = \frac{18\sqrt{6} - 6\sqrt{6}}{2} = 6\sqrt{6}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۱۱

$$y' = 2(x-1)\sqrt[3]{x^2} + (x-1)^2 \frac{2}{3\sqrt[3]{x}} = \frac{6x(x-1) + 2(x-1)^2}{3\sqrt[3]{x}}$$

$$y' = \frac{6x^2 - 4x + 2}{3\sqrt[3]{x}} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{2} \\ x = 0 \end{cases}$$



$$y' = 2x^2 - 2(m-1)x + 8$$

باید ریشه‌های مشتق (ریشه‌های مشتق طول‌های ماکزیمم و می‌نیمم است.) منفی و متمایز باشند بنابراین داریم:

$$\begin{cases} \Delta > 0 \Rightarrow 4(m-1)^2 - 64 > 0 \Rightarrow (m-1)^2 > 16 \Rightarrow m-1 > 4 \text{ یا } m-1 < -4 \Rightarrow m > 5 \text{ یا } m < -3 \text{ (I)} \\ S < 0 \Rightarrow \frac{-b}{a} < 0 \Rightarrow \frac{2(m-1)}{2} < 0 \Rightarrow m < 1 \text{ (II)} \\ P > 0 \Rightarrow \frac{c}{a} > 0 \Rightarrow \frac{8}{2} > 0 \Rightarrow 4 > 0 \end{cases}$$

$$(I) \cap (II) \rightarrow m < -3$$

$$y'' = 4x - 2(m-1) = 0 \Rightarrow x_c = \frac{m-1}{2} \text{ (طول نقطه‌ای عطف)}$$

$$m < -3 \xrightarrow{-1} m-1 < -4 \xrightarrow{\div 2} \frac{m-1}{2} < -2 \Rightarrow x_c < -2 \Rightarrow x_c \in (-\infty, -2)$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. تقعر منحنی به معادله‌ی $y = x^2 + \sqrt{x}$ در بازه‌ی روبه پایین است که علامت مشتق دوم تابع (یعنی y'') در آن بازه، منفی باشد. داریم:

$$y = x^2 + \sqrt{x} = x^2 + x^{\frac{1}{2}} \Rightarrow y' = 2x + \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow y'' = 2 - \frac{1}{4}x^{-\frac{3}{2}} = 2 - \frac{1}{4\sqrt{x^3}} =$$

$$\frac{8\sqrt{x^3} - 1}{4\sqrt{x^3}} \rightarrow \text{ریشه‌ی صورت} : x = \frac{1}{4}$$

$$\rightarrow \text{ریشه‌ی مخرج} : x = 0$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنید جواب درست بازه‌ی $(0, \frac{1}{4})$ است:

x	0	$\frac{1}{4}$	$+\infty$
y''	-	0	+
y	↘	↕	↗

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا از تابع داده شده مشتق می‌گیریم. داریم:

$$y = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 1} \rightarrow y' = \frac{2x(x^2 + 1) - 2x^2(x^2 + 1)}{(x^2 + 1)^2} = \frac{-x^4 - 2x^2 + 2x}{(x^2 + 1)^2} \xrightarrow{y'=0}$$

$$\rightarrow x(-x^3 - 2x + 2) = 0$$

حال با توجه به این‌که $x = 0$ ریشه‌ی ساده‌ی مشتق تابع می‌باشد، با استفاده از آزمون مشتق اول به بررسی وضعیت منحنی تابع در مجاورت این نقطه می‌پردازیم که در نتیجه نقطه‌ی $x = 0$ طول Min نسبی منحنی تابع داده شده

x	0
y'	- +
y	↘ ↗

min

می‌باشد.

روش دوم: اگر $0 < x < 1$ باشد، آن‌گاه $0 < x^2 < x^3 < -1$ ، یعنی $x^2 > x^3 > -1$ و در نتیجه $0 < x^2 + 1 > x^3 + 1 > 0$ باشد، آن‌گاه $0 < x^2 > x^3 > 0$ در نتیجه $0 < x^2 + 1 > x^3 + 1 > 0$ است.

بنابراین در اطراف $x = 0$ ، $x^2 + 1 > x^3 + 1 > 0$ می‌باشد، پس $\frac{x^2 + 1}{x^3 + 1} > 1$ یعنی $f(x) > 1$ از طرفی

بنابراین نقطه به طول $x = 0$ می‌نیمم تابع $f(x)$ است و گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. $f(0) = \frac{0+1}{0+1} = 1$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نقطه‌ی C (عضو دامنه‌ی تابع) بحرانی است، هر گاه یکی از دو حالت زیر رخ دهد:

$f'(C) = 0$ یا $f'(C)$ موجود نباشد

$$f(x) = \frac{\sqrt{1+x^2}}{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{\left(\frac{2x}{2\sqrt{1+x^2}} \times x\right) - \sqrt{1+x^2}}{x^2} \Rightarrow f'(x) = \frac{\frac{x^2}{\sqrt{1+x^2}} - \sqrt{1+x^2}}{x^2}$$

$$= \frac{\frac{x^2 - (x^2+1)}{\sqrt{1+x^2}}}{x^2} = \frac{-1}{x^2\sqrt{1+x^2}} \neq 0$$

مخرج f' در $x = 0$ صفر می‌شود. ولی از آن‌جا که این نقطه عضو دامنه‌ی تابع نیست، بنابراین نقطه‌ی بحرانی نیست و در نتیجه تابع نقطه‌ی بحرانی ندارد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

تفاضل y ها: $y_1 - y_2 = (x^2 + 2x - 3) - (x^2 - 2x^2 + 1) = 2x^2 + 2x - 4$

$$-\frac{b}{2a} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$y_1 - y_2 = 2 \times \frac{1}{4} + 2 \times -\frac{1}{2} - 4 = -4/5$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

		A	B	C	D
طول نقطه	x	+	-	-	+
عرض نقطه	f	-	-	-	+
شیب مماس	f'	+	-	+	+
جهت تقعر	f''	+	-	-	+
	ضرب	⊖	⊕	⊖	⊕

می‌دانیم x ، در سمت راست محور عرض \oplus و در سمت چپ آن \ominus است. حاصل f در بالای محور x مثبت و زیر محور x منفی است. مقدار f' هر جا تابع صعودی باشد مثبت و اگر تابع نزولی باشد منفی است. f'' هرگاه تقعر f رو به بالا باشد (از چپ به راست شیب مماس‌ها زیاد شود) مثبت است و برعکس.

$$f(x) = -x^2 + 3ax^2 + b \Rightarrow f'(x) = -2x + 6ax$$

اولاً: نقطه $A(-1, 1)$ در ضابطه تابع f صدق می‌کند:

$$f(-1) = 1 \Rightarrow 1 + 3a + b = 1 \Rightarrow 3a + b = 0 \quad (1)$$

ثانیاً: نقطه $A(-1, 1)$ به عنوان نقطه اکسترمم نسبی و بحرانی، مشتق تابع f را صفر می‌کند:

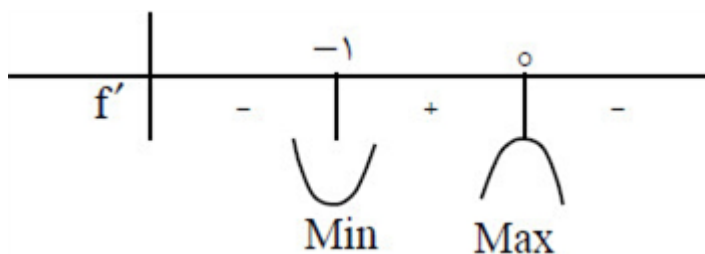
$$f'(-1) = 0 \Rightarrow -2 - 6a = 0 \Rightarrow a = \frac{-1}{3}$$

$$b = \frac{3}{2} \quad \text{با جایگذاری } a = -\frac{1}{3} \text{ در رابطه ۱ داریم:}$$

اما دقت کنید! تا اینجا متوجه شدیم که به ازای مقادیر به دست آمده برای a و b ، نقطه A اکسترمم نسبی (مینیمم نسبی یا ماکزیمم نسبی) تابع f است. حالا باید مطمئن شویم که این نقطه، ماکزیمم نسبی است. کافی است جدول تعیین علامت f' را رسم کنیم:

$$f'(x) = -2x + 6ax \xrightarrow{a = \frac{-1}{3}} f'(x) = -2x^2 - 2x = -2x(x + 1)$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0, -1$$



پس $x = -1$ طول نقطه مینیمم نسبی است، نه ماکزیمم نسبی و جواب، نشدنی است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ممکن است $f'(x) = 0$ موجود نباشد ولی x طول اکسترمم نسبی تابع f باشد. ممکن است $f'(x)$ موجود و برابر صفر باشد، ولی x طول اکسترمم نسبی تابع f نباشد. اما اگر f در x دارای اکسترمم نسبی باشد و $f'(x) = 0$ موجود باشد، آن‌گاه $f'(x) = 0$ است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته: در تابع درجه سوم، ریشه‌ی مضاعف مشتق اول، همان طول نقطه‌ی عطف تابع می‌باشد.

$$y = ax^3 + bx^2 - 2x - 1 \Rightarrow y' = 3ax^2 + 2bx - 2 \Rightarrow y'' = 6ax + 2b$$

$$A(1, -2) \Rightarrow \begin{cases} 1 - 2 = a(1)^3 + b(1)^2 - 2(1) - 1 \Rightarrow a + b = 2 \\ 2) 6a(1) + 2b = 0 \Rightarrow 3a + b = 0 \Rightarrow b = -3a \end{cases} \quad a = -1, b = 3$$

$$y' = 3(-1)x^2 - 2(3)x - 2 \Rightarrow y' = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x - 1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$x = 1$ ریشه مضاعف مشتق اول تابع می‌باشد و تابع همواره صعودی است لذا تابع فاقد ماکزیمم نسبی است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در بازه‌ای تعقر منحنی تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^{\frac{5}{6}} - 12x^{\frac{1}{6}}$ روبه پایین است که علامت مشتق دوم منفی باشد. داریم:

$$f(x) = x^{\frac{5}{6}} - 12x^{\frac{1}{6}} \Rightarrow f'' = \frac{5}{6}x^{-\frac{1}{6}} + \frac{2}{x^{\frac{5}{6}}} = \frac{5}{6}x^{-\frac{1}{6}}(x + 12) = \frac{5(x + 12)}{6x^{\frac{7}{6}}} \rightarrow \text{ریشه ی صورت: } x = -12 \rightarrow \text{ریشه ی مخرج: } x = 0$$

x	$-\infty$	-12	0	$+\infty$
f''	+	-	+	+
f	↗	↘	↗	↗

گزینه ی (۲) پاسخ صحیح است \Rightarrow

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای تعیین طول نقاط بحرانی تابع f ، ابتدا از ضابطه‌ی تابع مشتق می‌گیریم و هر نقطه از تابع را که f' در آنجا صفر یا نامتناهی باشد یا وجود نداشته باشد، نقطه‌ی بحرانی محسوب می‌کنیم، داریم:

$$f(x) = (x^3 - 3x^2 + 4)^{\frac{1}{3}} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{3}(x^3 - 3x^2 + 4)^{-\frac{2}{3}} \cdot (3x^2 - 6x) =$$

$$\frac{3x^2 - 6x}{3\sqrt[3]{(x^3 - 3x^2 + 4)^2}} = \frac{x^2 - 2x}{\sqrt[3]{(x^3 - 3x^2 + 4)^2}}$$

$$\begin{cases} x^2 - 2x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \in (-1, 2) \\ x = 2 \notin (-1, 2) \end{cases} \\ x^3 - 3x^2 + 4 = 0 \Rightarrow (x+1) \times (x^2 - 4x + 4) = 0 \Rightarrow (x+1)(x-2)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \notin (-1, 2) \\ x = 2 \notin (-1, 2) \end{cases} \end{cases}$$

تنها $x = 0$ طول نقطه‌ی بحرانی تابع f در بازه‌ی $(-1, 2)$ است. برای تعیین وضعیت تابع در $x = 0$ کافی است به این نکته دقت کنیم که این نقطه ریشه‌ی ساده‌ی مشتق بوده و علامت مشتق در دو طرف آن تغییر می‌کند. در نتیجه $x = 0$ طول اکسترمم نسبی تابع f است. برای تشخیص ماکزیمم و مینیمم نسبی به سراغ رسم جدول تغییرات و آزمون مشتق اول می‌رویم:

x	-1	0	2
f'	+	○	-
f	↙ ↘ Max نسبی		

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = -x^3 + ax^2 + bx \Rightarrow f'(x) = -3x^2 + 2ax + b$$

با توجه به نمودار می‌دانیم شیب خط مماس بر منحنی تابع f در نقطه به طول صفر، عددی منفی است. بنابراین:

$$f'(\cdot) = -3(\cdot)^2 + 2a(\cdot) + b = b \xrightarrow{m=f(\cdot) < 0} b < 0.$$

همین‌جا معلوم می‌شود که گزینه‌ی (۲) پاسخ تست است. اما برای این که راه‌حل را کامل کنیم، a را نیز می‌یابیم. از روی نمودار مشخص است که نقطه به طول صفر، نقطه‌ی عطف منحنی تابع درجه سوم f است. بنابراین:

$$f''(x) = -6x + 2a \Rightarrow f''(\cdot) = 2a \xrightarrow{f''(\cdot) = 0} 2a = 0 \Rightarrow a = 0.$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$y = \frac{1}{4}x^4 - x^3 - 2x^2 \rightarrow y' = x^3 - 3x^2 - 4x = 0.$$

$$x(x^2 - 3x - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow f(0) = 0 \\ x = -1 \Rightarrow f(-1) = -\frac{3}{4} \\ x = 4 \Rightarrow f(4) = -32 \Rightarrow \min \end{cases}$$

باید توجه داشت که تابع در دو سر دامنه $(\pm\infty)$ به سمت $+\infty$ می‌رود.

$$y = -ax^3 + bx^2 - 4$$

با توجه به نزولی بودن تابع باید $a < 0$ باشد. یعنی گزینه ۱ یا ۲ درست خواهد بود، پس a برابر ۱ است. یعنی تابع به صورت $y = -x^3 + bx^2 - 4x$ می‌باشد. از طرفی مشتق این تابع نباید ریشه داشته باشد. یعنی باید در تابع مشتق $\Delta < 0$ باشد. پس داریم:

$$y' = -3x^2 + 2bx - 4 \xrightarrow{\Delta < 0} b^2 - 12 < 0 \Rightarrow -\sqrt{12} < b < \sqrt{12}$$

با توجه به محدوده‌ی به‌دست آمده تنها گزینه ۱ می‌تواند درست باشد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: به یقین نادرست است.

گزینه ۲ نادرست است. جامدهای کووالانسی در طبیعت از کربن و سیلیسیم (نه سیلیس) تشکیل شده‌اند.

گزینه ۳ نادرست است.

گزینه ۴ درست است مانند SnSiO_4

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی عبارت‌ها:

عبارت الف درست است. مدل دریای الکترونی برخی خواص فیزیکی فلزات همچون رسانایی الکتریکی را توجیه می‌کند. اما قادر به توجیه رفتارهای شیمیایی نیست.

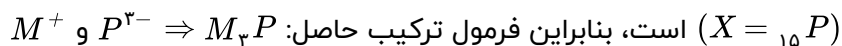
عبارت ب نادرست است. زیرا نقطه ذوب CaCl_2 از CaBr_2 بیشتر است.

عبارت پ نادرست است. زیرا در سیلیس هر اتم Si با چهار پیوند به چهار اکسیژن متصل است.

عبارت ت نادرست است. زیرا گرافن تک‌لایه‌ای از گرافیت است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

الف) $(M = {}_3\text{Li})$ دارای بیشترین خصلت فلزی در دوره دوم است و بیشترین شعاع اتمی از نافلزات دوره سوم مربوط به



	۱	۲
		Be
		Mg
	K	? = Ca

ب) ابتدا موقعیت عنصرها را می‌یابیم:

می‌دانیم که شعاع اتمی در یک دوره جدول تناوبی از چپ به راست کاهش و از بالا به پایین افزایش می‌یابد، بنابراین

$$عدد \text{موردنظر باید به صورت زیر باشد: } 160 < r_{\text{Ca}} < 231$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

الف) در یک گروه از بالا به پایین شعاع افزایش می‌یابد؛ بنابراین چگالی بار یون A از یون B بیشتر است و شعاع آن کمتر است و خصلت فلزی آن از B کمتر است.

ب) یون X^- و Y^{2-} است. اگر X و Y در یک دوره باشند، X که ظرفیتش ۱ است، متعلق به گروه ۱۷ خواهد بود.

پ) در صورتی که A عنصر فلز اصلی باشد، B ممکن است واسطه یا اصلی باشد.

ت) نیتريد فلز Mg به صورت Mg_3N_2 است که آنتالپی فروپاشی آن بیشتر از آنتالپی فروپاشی MgY است.

۳۰

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

- TiO_2 همه طول موج‌های مرئی را بازتاب می‌کند و به رنگ سفید دیده می‌شود.

- سدیم یدید ترکیب یونی و هیدروژن سیانید ترکیب مولکولی است؛ بنابراین سدیم یدید در حالت مذاب رسانای جریان برق است.

- عدد کوئوردیناسیون، شمار نزدیک‌ترین یون‌های ناهمنام موجود پیرامون هر یون در شبکه بلور است.

- واکنش‌پذیری و تنوع اعداد اکسایش از جمله رفتارهای شیمیایی فلزها است.

۳۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. همه عبارت‌ها نادرست است.

- سیلیس بیشترین درصد جرمی در خاک رس را دارد و جامد کووالانسی است.

- عنصرهای اصلی سازنده جامدهای کووالانسی در طبیعت کربن و سیلیسیم هستند.

- بیش از ۹۰٪ پیوسته جامد زمین را ترکیب‌های گوناگون سیلیسیم و اکسیژن تشکیل می‌دهند.

- الماس، گرافن و سیلیس فقط در شفافیت مشترک هستند.

۳۲

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. گرمای لازم برای فروپاشی $11/7$ گرم سدیم کلرید برابر است با:

$$11/7 \text{ g NaCl} \times \frac{1 \text{ mol NaCl}}{58/5 \text{ g NaCl}} \times \frac{787 \text{ kJ}}{1 \text{ mol NaCl}} = 157/4 \text{ kJ}$$

جرم منیزیم فلئورید لازم برای فروپاشی و مصرف این مقدار انرژی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$157/4 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ mol MgF}_2}{2965 \text{ kJ}} \times \frac{62 \text{ g MgF}_2}{1 \text{ mol MgF}_2} \approx 3/29 \text{ g MgF}_2$$

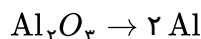
۳۳

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. $\text{HBr}(g)$ ، $\text{I}_2(s)$ ، $\text{CH}_3\text{COOH}(l)$ جزو مواد مولکولی، SiC جامد کووالانسی و MgO و MgCl_2 ترکیب یونی هستند، بنابراین فقط عبارت پنجم نادرست است.

۳۴

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. زیرا داریم:

$$\text{جرم } \text{Al}_2\text{O}_3 = 1000 \times \frac{38}{100} = 380 \text{ g}$$



و به طور خلاصه داریم:

$102 \text{ g Al}_2\text{O}_3$	$2 \times 27 \times \frac{80}{100}$	$\Rightarrow x = 161 \text{ g Al}$
$380 \text{ g Al}_2\text{O}_3$	x	

۳۵

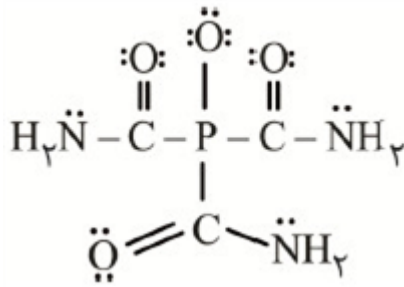
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. زیرا هم کاتیون کوچک‌تری نسبت به Fe^{3+} داشته و بار آنیون O^{2-} نسبت به Cl^- بیشتر است.

۳۶

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. زیرا در هیدروژن سیانید، هیدروژن به آرایش هشت‌تایی پایدار نرسیده است.

۳۷

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. زیرا داریم: ۲۸

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۹

$$\begin{array}{ccccccc}
 \text{NO}^- & / & \text{SiO}_4^{4-} & / & \text{PO}_4^{3-} & / & \text{HCO}_3^- \\
 3 & & 4 & & 4 & & 3 \\
 \Rightarrow & & 5 + 4 + 5 + 4 - 1 - 4 - 3 - 1 = 9 \\
 & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 & & +5 & & +4 & & +5 & & +4
 \end{array}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در یون NH_4^+ ، خصلت نافلزی N از H بیش تر است، پس اتم نیتروژن دارای بار جزئی منفی می باشد. ۴۰

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه ها: ۴۱

- ۱) اولین عنصر دسته s جدول دوره ای در دوره چهارم، پتاسیم است و به علت شعاع یونی بزرگتر با هالوژن ها، آنتالپی فروپاشی شبکه کمتری دارد.
- ۲) به طور معمول، گازها به میزان کمی در آب حل می شوند و همین طور اتین ناقطبی بوده و اتانول قطبی است.
- ۳) عدد کوئوردیناسیون ترکیب های یونی با هم، می تواند متفاوت باشد.
- ۴) چگالی بار منیزیم از سدیم بیشتر است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مولکول هیدروژن سیانید ($\text{H}-\text{C}\equiv\text{N}$) ساختار خطی دارد و مانند مولکول آمونیاک (NH_3) یک مولکول قطبی است. بررسی سایر گزینه ها: ۴۲

- ۱) نادرست است؛ زیرا گوگرد دی اکسید (SO_2) ساختار خمیده دارد. اما رفتار آن در میدان الکتریکی مشابه PCl_3 است.
- ۲) نادرست است؛ زیرا مولکول کربن دی اکسید ساختار خطی دارد ($\text{O}=\text{C}=\text{O}$) اما یک مولکول ناقطبی است. در صورتی که کلروفرم (CHCl_3) یک مولکول قطبی است.
- ۳) نادرست است؛ زیرا کربونیل سولفید ($\text{O}=\text{C}=\text{S}$) خطی است و در میدان الکتریکی جهت گیری می کند. اما کربن تتراکلرید (CCl_4) یک مولکول ناقطبی محسوب می شود.



$$\frac{0/1 \times 0/1}{2} = \frac{65.0 \times 10^{-3}}{65n} \Rightarrow n = 2$$

به رنگ سبز می شود. $V^{5-n+} = V^{(5-2)+} = V^{3+}$

۴۴

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

در میان یون‌های دوره سوم، جدول تناوبی ($\text{Na}^+, \text{Mg}^{2+}, \text{Al}^{3+}, \text{P}^{3-}, \text{S}^{2-}, \text{Cl}^-$) بیشترین بار الکتریکی مربوط به یون‌های Al^{3+} و P^{3-} است. اما چون شعاع یونی Al^{3+} کوچکتر از P^{3-} است، چگالی بار یون Al^{3+} در این دوره بیشترین است. بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) نادرست است؛ زیرا آنتالپی فروپاشی شبکه بلور در MgF_2 بیشتر از Na_2O است.

(۳) نادرست است؛ زیرا با افزایش واکنش‌پذیری فلزات قلیایی، شعاع یونی آن‌ها هم افزایش می‌یابد. از این رو آنتالپی فروپاشی شبکه بلور آن‌ها کاهش می‌یابد.

(۴) نادرست است؛ زیرا جامدهای یونی رسانای جریان برق نیستند.

۴۵

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. زیرا، یک ترکیب ناقطبی است.

۴۶

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. زیرا این عنصر نافلز بوده و آنیون تشکیل می‌دهد.

۴۷

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. زیرا فقط مورد ترکیب وانادیم درست بیان شده است.

۴۸

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. زیرا، کربن دی‌سولفید، کلروفرم و کربونیل سولفید از واحدهای مجزای مولکولی ساخته شده‌اند.

۴۹

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مقایسه شعاع یون‌ها به صورت روبه‌رو است:

$$O^{2-} > F^- > Na^+ > Mg^{2+}$$

۵۰

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. انرژی شبکه با بار کاتیون و آنیون رابطه‌ی مستقیم و با شعاع رابطه‌ی عکس دارد، پس با افزایش عدد اتمی هالوژن‌ها انرژی شبکه‌ی بلور هالیدی فلزات قلیایی کاهش می‌یابد.

۵۱

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تابع ۳ واحد جلو رفته و ۱ واحد بالا رفته و در ضمن رو به پایین است.

۵۲

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تابع $f \Rightarrow 2x - y = 2 \Rightarrow y = 2x - 2$

$$x + y^2 = 19 \Rightarrow x + (2x - 2)^2 = 19 \Rightarrow 4x^2 - 7x - 15 = 0 \Rightarrow x = 3, x = \frac{-5}{4} \quad (x > 0)$$

$$x = 3 \Rightarrow y = 2 \times 3 - 2 = 4$$

$$\frac{2y + 4x}{x^2 + y^2} = \frac{2 \times 4 + 4 \times 3}{(3)^2 + (4)^2} = \frac{20}{25} = 0.8$$

۵۳

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. باید نقطه برخوردی نداشته باشند و همچنین دهانه سهمی رو به بالا باشد:

$$mx^2 - 3x + m + 1 = mx^2 - 2 \Rightarrow mx^2 - (m + 3)x + m + 3 = 0$$

$$\Delta = (m + 3)^2 - 4m(m + 3) < 0 \Rightarrow (m + 3)(m + 3 - 4m) < 0 \Rightarrow (m + 3)(3 - 3m) < 0$$

$$\Rightarrow m \in (-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$$

از طرفی $m > 0$ است، بنابراین جواب قابل قبول $m > 1$ است و حداقل m صحیح ۲ می‌باشد.

$$f(x) = x^2 + 2x + 1 + 9x^2 - 6x + 1 + mx^2 + nx + mn = (1 + m)x^2 + (n - 4)x + mn + 2$$

$$\begin{cases} 1 + m = 0 \Rightarrow m = -1 \\ n - 4 = 0 \Rightarrow n = 4 \end{cases}$$

ضرایب x^2 و x باید صفر شود.

بنابراین $f(x) = -28$ خواهد بود.

$$g = \{(4, -1), (4, p+1), (p+2, -1), (-9, p+k)\}$$

$$p+1 = -1 \Rightarrow p = -2 \Rightarrow g = \{(4, -1), (-9, -1), (-9, -1+k)\}$$

$$\Rightarrow -1+k = -1 \Rightarrow k = 0 \Rightarrow m+n+p+k = -7$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با محاسبه شیب دو خط، مقادیر خواسته شده را محاسبه می‌کنیم. برای خط گذرنده از نقاط

$(-2, -2)$ و $(2, 0)$ ، شیب خط به صورت زیر است:

$$a = \frac{0 - (-2)}{2 - (-2)} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + b \xrightarrow{(2,0)} y = \frac{1}{2}x - 1$$

برای خط گذرنده از نقاط $(2, 0)$ و $(3, 4)$ ، شیب خط به صورت زیر است:

$$a = \frac{4 - 0}{3 - 2} = 4 \Rightarrow y = 4x + b \xrightarrow{(2,0)} y = 4x - 8$$

$$f(f(2)) = f(0) = \frac{1}{2}(0) - 1 = -1$$

حال نقاط را در معادله‌های به دست آمده قرار می‌دهیم:

$$f\left(f\left(\frac{5}{2}\right)\right) = f\left(2\left(\frac{5}{2}\right) - 8\right) = f(2) = 0 \Rightarrow f(f(2)) + f\left(f\left(\frac{5}{2}\right)\right) = -1 + 0 = -1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اعضای مجموعه به صورت زیر است:

$$\{(0, 5), (0, -5), (2, 4), (2, -4), (-2, 4), (-2, -4), (4, 3), (4, -3), (-4, 3), (-4, -3), (5, 0), (-5, 0)\}$$

که با حذف کردن ۵ زوج مرتب تبدیل به تابع می‌شود.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به مفهوم قدرمطلق، تابع $f(x)$ را به صورت دو ضابطه‌ای تعریف می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} (x-2)^2 + 2x & ; x < 0 \\ (x-2)^2 - 2x & ; x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 4 & ; x < 0 \\ x^2 - 6x + 4 & ; x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 2x + 4 < 10 - x & ; x < 0 \\ x^2 - 6x + 4 < 10 - x & ; x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - x - 6 < 0 & ; x < 0 \\ x^2 - 5x - 6 < 0 & ; x \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2 < x < 6 \\ 0 \leq x < 6 \end{cases} \Rightarrow -2 < x < 6$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow \\ m & n \end{matrix}$$

$$3n - 2m = 3(6) - 2(-2) = 22$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به ضابطه‌های داده شده، داریم:

$$f(2) = 2(2) + 3 = 4 + 3 = 7, g(2) = (2)^2 + 1 = 4 + 1 = 5, f(3) = 2(3) + 3 = 6 + 3 = 9$$

$$, k(2) = 2$$

$$h(f(2)) = h(7) = 7, h(g(2)) = h(5) = 5$$

$$k(f(3)) = k(9) = 2, g(k(2)) = g(2) = 5$$

$$\frac{h(f(2)) + h(g(2))}{k(f(3)) + g(k(2))} = \frac{7 + 5}{2 + 5} = \frac{12}{7}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$-2x^2 + 2x \leq mx + 3 \Rightarrow -2x^2 + (2 - m)x - 3 \leq 0 \quad \text{دو شرط برای همواره نامثبت بودن عبارت درجه ۲}$$

$$\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2 < 0 \\ (2 - m)^2 - 4(-3)(-3) \leq 0 \Rightarrow (2 - m)^2 \leq 36 \end{cases}$$

$$-6 \leq 2 - m \leq 6$$

$$\downarrow (-2)$$

$$-8 \leq -m \leq 4$$

$$\downarrow \times (-1)$$

$$-4 \leq m \leq 8$$

$$\downarrow m \in \mathbb{Z}$$

$$m = \{-4, -3, \dots, 7, 8\} \Rightarrow \text{مقادیر } m \text{ شامل } 13 \text{ عدد صحیح است}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای آنکه نمودار سهمی بر نیمساز ناحیه سوم (خط $y = x$ با شرط $x < 0$ و $y < 0$) مماس باشد، باید معادله برخوردشان ریشه مضاعف ($\Delta = 0$) داشته باشد:

$$2x^2 + (m + 1)x + m + 6 = x \Rightarrow 2x^2 + mx + m + 6 = 0 \quad \Delta = 0$$

$$m^2 - 4(2)(m + 6) = 0 \Rightarrow m^2 - 8m - 48 = 0$$

$$(m - 12)(m + 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 12 \Rightarrow 2x^2 + 12x + 18 = 0 \Rightarrow x = -3 \\ m = -4 \Rightarrow 2x^2 - 4x + 2 = 0 \Rightarrow x = 1 \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

بنابراین با شرایط مسئله فقط $m = 12$ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$x = \frac{-b}{2a} = 2 \Rightarrow b = -4a \quad (1)$$

$$(2, 0) \xrightarrow{\text{صدق در ضابطه}} 0 = 4a + 2b + c \quad (2)$$

$$\text{محور } y \text{ ها } (0, 4) = 0 + 0 + c \Rightarrow c = 4 \quad (3)$$

$$1, 2, 3 \Rightarrow 0 = 4a + 2(-4a) + 4 \Rightarrow a = 1, b = -4$$

$$f(x) = x^2 - 4x + 4$$

$$f(a + b + c - 4) = f(1 - 4 + 4 - 4) = f(-3) = (-3)^2 - 4(-3) + 4 = 25$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۶۲

$$(a + b, a^r), (a + b, 4a - 4) \Rightarrow a^r = 4a - 4 \Rightarrow a^r - 4a + 4 = 0$$

$$(a - 2)^r = 0 \Rightarrow a = 2$$

$$(a - b, 4b), (a - b, 4a - 4) \Rightarrow 4b = 4a - 4 = 4 \Rightarrow b = 1$$

$$f = \{(2, 4), (1, 4)\} = \{(2, 4), (1, 4)\}$$

$$n = 5 \Rightarrow f(5) = 5 + x(n - 5) = 5 + 0 = 5$$

$$n = 6 \Rightarrow f(6) = 5 + x(6 - 5) = 25 \Rightarrow 5 + x = 25 \Rightarrow x = 20$$

$$x = 20 \Rightarrow 2 + 0 = 2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۶۳

$$y > x$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۶۴

$$4x^r + (m - 1)x + 1 > x$$

$$4x^r + (m - 2)x + 1 > 0$$

$$\Delta = (m - 2)^r - 16 < 0$$

$$-4 < m - 2 < 4$$

$$-2 < m < 6$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۶۵

$$f(2 - \sqrt{5}) = \frac{1}{4}(2 - \sqrt{5})^r + |2 - \sqrt{5}| = \frac{1}{4}(4 + 5 - 4\sqrt{5}) + \sqrt{5} - 2$$

$$= \frac{9 - 4\sqrt{5} + 4\sqrt{5} - 8}{4} = \frac{1}{4} = 0.25$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون به ازای $m = 2$ دارای دو زوج مرتب $(1, 1)$ برابر و تابع است. ۶۶

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. شرط تابع بودن آن است که نباید مؤلفه‌های اول با هم برابر باشند، اگر برابر بودند، باید ۶۷

مؤلفه‌های دوم هم برابر باشند؛ بنابراین:

$$(4, a^r + 1) = (4, 2a) \Rightarrow a^r + 1 = 2a \Rightarrow a^r + 1 - 2a = 0 \Rightarrow (a - 1)^r = 0 \Rightarrow a = 1$$

در این صورت رابطه داده شده به صورت زیر در می‌آید:

$$f = \{(4, 2), (1, 4), (-2, 1), (4, 2), (-2, 1), (2, 1)\}$$

بنابراین مقدار قابل قبول برای a عدد یک است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۶۸

$$D_f = [-2, 4] \Rightarrow -2 \leq x \leq 4 \xrightarrow{\times 2} -4 \leq 2x \leq 8 \xrightarrow{+1} -4 + 1 \leq 2x + 1 \leq 8 + 1$$

$$\Rightarrow -5 \leq y \leq 9 \Rightarrow R_f = [-5, 9]$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶۹

$$-1 \leq y < 4 \Rightarrow -1 \leq 2x + 3 < 4 \xrightarrow{-3} -1 - 3 \leq 2x + 3 - 3 < 4 - 3$$

$$\Rightarrow -4 \leq 2x < 1 \xrightarrow{\div 2} -2 \leq x < \frac{1}{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر ساعت حضور در پارکینگ را با x نمایش دهیم، مبلغ پرداختی تابعی خطی به صورت $y = 2000x + 1200$ است. کارمند ساعت ۸ وارد شده و پس از ۵ ساعت خارج شده است، بنابراین $x = 5$ است. در

$$y = 5(2000) + 1200 = 11200$$

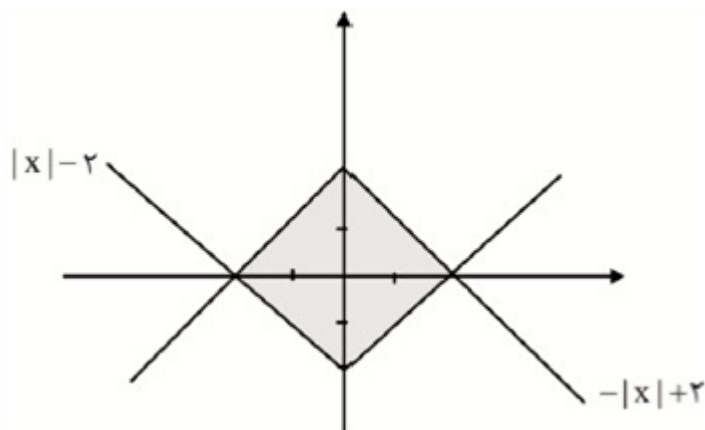
نتیجه:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$y = 2x^2 - 3 \xrightarrow{\text{راست}} y = 2(x - 2)^2 - 3 \xrightarrow{\text{باین}} y = 2(x - 2)^2 - 3 - 1$$

$$y = 2x^2 - 8x + 4$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ناحیه بین دو نمودار یک لوزی به قطرهای ۴ و ۴ است.



$$\text{مساحت لوزی} = \frac{4 \times 4}{2} = 8$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فقط دامنه‌ی تعداد درختان کاشته شده در کشور، مجموعه‌ی اعداد طبیعی است که با نظیر کردن درختان با مجموعه‌ی اعداد طبیعی، تعدادشان به دست می‌آید.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در مثلث متساوی‌الاضلاع، هر سه ارتفاع مثلث با هم برابرند. بنابراین برای هر مثلث متساوی‌الاضلاع ارتفاع آن مثلث منحصر به فرد است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$x^2 + y^2 = 0 \Rightarrow x = 0, y = 0 \Rightarrow f = \{(0, 0)\}$$

(رابطه‌ای که یک زوج مرتب باشد، بنابراین تابع است.)

سایر گزینه‌ها با دادن یک مقدار به x مثلاً $x = 1$ بیش از یک مقدار برای y به دست می‌آید. بنابراین تابع نیستند.

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴

۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴

۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴
۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴

