



نام و نام خانوادگی :

پایه تحصیلی :

نام دبیر :

تاریخ برگزاری ۱۴۰۵/۰۲/۱۸

عنوان آزمون : جمع بندی امتحانات نهایی-۲۴ اردیبهشت-دوازدهم ریاضی



۱ تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = \sqrt{x(1 - |x|)}$  را در نظر بگیرید. اگر  $m$  و  $n$  به ترتیب تعداد نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی و  $k$  تعداد نقاط بحرانی تابع  $f$  باشند، مقدار  $m + n + k$  کدام است؟

۳  ۴

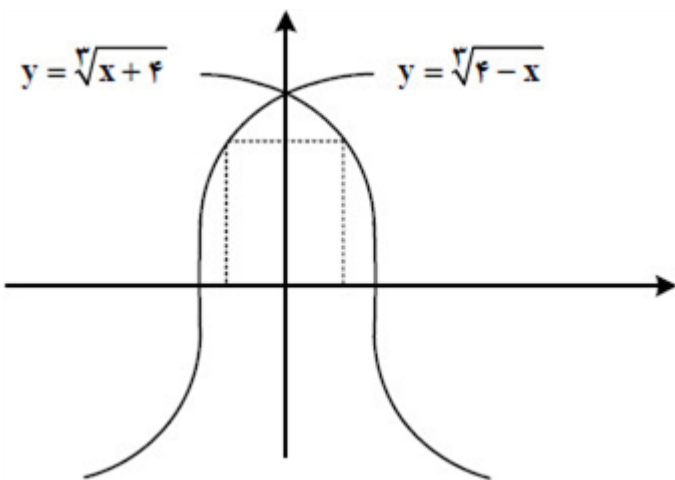
۴  ۳

۵  ۲

۶  ۱

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳

۲ مساحت بزرگترین مستطیل واقع در ناحیه‌های اول و دوم که دو رأس آن بر محور  $x$ ها و دو رأس دیگر آن بر نمودارهای داده شده در شکل مقابل قرار دارد، کدام است؟



۶  ۴

۴  ۳

۳  ۲

۲  ۱

سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۳ اگر  $A = \left\{ \log_9 x + {}^3 \log_{x^2} : x > 1 \right\}$  باشد، کوچک‌ترین عضو مجموعه  $A$  کدام است؟

$\sqrt{3}$   ۴

$\sqrt{6}$   ۳

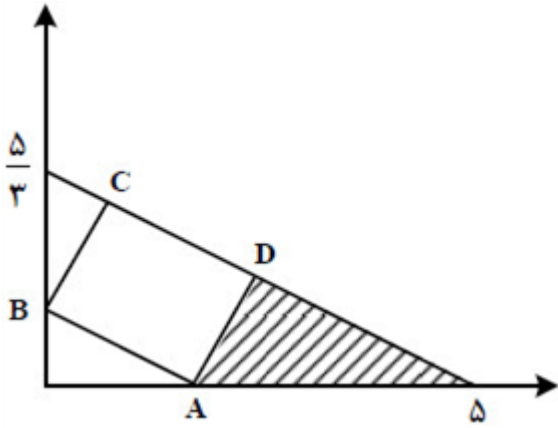
$\frac{\sqrt{3}}{2}$   ۲

$\frac{\sqrt{6}}{2}$   ۱

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه



۴ در شکل مقابل، مساحت مستطیل ABCD ماکزیمم است. مساحت مثلث هاشورخورده چقدر است؟



$\frac{25}{24}$  (۴)

$\frac{25}{12}$  (۳)

$\frac{15}{16}$  (۲)

$\frac{15}{8}$  (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

۵ حاصل ضرب بیشترین و کمترین مقدار تابع  $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{a-2x}$  برابر  $\sqrt{12}$  است. اگر  $a > 0$  باشد، مقدار  $[a]$  کدام است؟

۱۲ (۴)

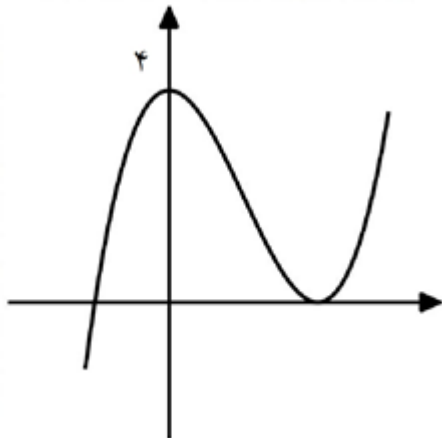
۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱

۶ نمودار تابع  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  به صورت زیر است. طول نقطه مینیمم نسبی تابع، کدام است؟



۳ (۴)

$\frac{3}{2}$  (۳)

۲ (۲)

$\frac{1}{2}$  (۱)

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۱

۷ از بین مخروط های حاصل که از دوران کامل پاره خط AB با اندازه  $3\sqrt{3}$  حول خط L به دست می آید، ارتفاع مخروطی با بیشترین حجم، کدام است؟ (فقط نقطه A روی خط L واقع است).

$\sqrt{3}$  (۴)

$2\sqrt{3}$  (۳)

۳ (۲)

۶ (۱)

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۱



۸ قرینه‌ی نقطه‌ی A واقع بر سهمی  $f(x) = x^2$  را نسبت به نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم صفحه‌ی مختصات تعیین کرده و آن را  $A'$  می‌نامیم. اگر طول نقطه‌ی A بین دو طول متوالی از محل تقاطع تابع f با خط نیمساز موردنظر باشد، ماکزیمم طول پاره‌خط  $AA'$ ، کدام است؟

- ۱  $\sqrt{2}$  (۱)      ۲  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲)      ۳  $\frac{\sqrt{2}}{4}$  (۳)      ۴  $\frac{\sqrt{2}}{8}$  (۴)

سراسری-تجربی-۱۴۰۰

۹ بازه‌هایی که تابع  $f(x) = \frac{x^4}{x^3 - 8}$  در آن‌ها اکیداً نزولی است را درنظر بگیرید. مینیمم طول این بازه‌ها، کدام است؟

- ۱ ۲ (۱)      ۲  $\sqrt[3]{4} - 1$  (۲)      ۳  $2\sqrt[3]{4}$  (۳)      ۴  $2(\sqrt[3]{4} - 1)$  (۴)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۰

۱۰ حداکثر مساحت جانبی استوانه‌ای که درون یک کره به شعاع  $2\sqrt{2}$  محاط می‌شود، کدام است؟

- ۱  $32\pi$  (۱)      ۲  $64\pi$  (۲)      ۳  $\frac{256\pi}{3}$  (۳)      ۴  $\frac{512\pi}{3}$  (۴)

سراسری-تجربی-۱۴۰۰

۱۱ تابع  $y = (x - 1)|x|$  در بازه  $(a, b)$  اکیداً نزولی است. مقدار  $a + b$  کدام است؟

- ۱  $\frac{1}{4}$  (۱)      ۲  $\frac{1}{2}$  (۲)      ۳  $\frac{3}{2}$  (۳)      ۴  $\frac{3}{4}$  (۴)

سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۱۲ به ازای چند مقدار صحیح و منفی  $k$ ، نقطه عطف منحنی  $y = kx^3 + (k + 1)x^2$  در ناحیه دوم محورهای مختصات قرار دارد؟

- ۱ ۱ (۱)      ۲ ۲ (۲)      ۳ بیش از ۲ (۳)      ۴ صفر (۴)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه

۱۳ تابع  $f(x) = \frac{x}{1 - x|x|}$  چند نقطه بحرانی دارد؟

- ۱ صفر (۱)      ۲ ۱ (۲)      ۳ ۲ (۳)      ۴ ۳ (۴)

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

۱۴ یک سازندهٔ جعبه‌های مقوایی می‌خواهد از مقواهای مربع شکل به ضلع ۱۲ cm، با بریدن مربع‌های مساوی از چهار گوشه و بالا بردن اضلاع جعبه‌های باز بسازد. طول ضلع مربعی را که باید بُرید چند سانتی‌متر باشد تا جعبه بیش‌ترین حجم را داشته باشد؟

- ۱ ۲ (۱)      ۲ ۳ (۲)      ۳ ۴ (۳)      ۴ ۶ (۴)

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۱۵ نقطه  $A(-1, 2)$ ، نقطه ماکزیمم نسبی تابع  $y = ax^2 + b|x|$  است. مقدار  $ab$  کدام است؟

- ۱ ۱ (۱)      ۲  $\frac{8}{9}$  (۲)      ۳  $-\frac{1}{4}$  (۳)      ۴  $-8$  (۴)

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱



۱۶ محل تلاقی مجانب‌های تابع هموگرافیک  $y = \frac{ax + 3}{(a + 1)x + (a - 1)}$ ، نقطه مینیمم تابع  $y = \frac{3}{2}x^2 + x + \frac{5}{6}$

است. نمودار این تابع هموگرافیک، محور  $x$  ها را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟

- ۱ ۳      ۲ -۳      ۳  $\frac{3}{2}$       ۴  $-\frac{3}{2}$

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱

۱۷ فرض کنید A و B نقاط اکسترمم تابع  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$  باشند. چند نقطه روی منحنی  $f$  وجود دارد که خطوط مماس بر آن‌ها، موازی پاره‌خط AB است؟

- ۱ صفر      ۲ ۱      ۳ ۲      ۴ ۳

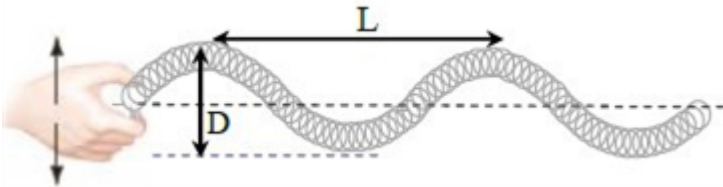
سراسری-ریاضی-۱۴۰۰

۱۸ درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را با واژه‌های درست یا نادرست مشخص کنید.  
الف) دوره‌ی تناوب آونگ ساده، به جرم و دامنه‌ی آن بستگی دارد.

- ب) بیشینه‌ی تندی نوسانگر در حرکت هماهنگ ساده با بسامد زاویه‌ای به طور مستقیم، متناسب است.  
پ) یکی از ویژگی‌های موج پیش‌رونده، انتقال انرژی از یک نقطه به نقطه‌ی دیگر در جهت انتشار موج است.  
ت) امواج مکانیکی، از رابطه‌ی متقابل میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی به وجود می‌آیند.  
ث) در طیف امواج الکترومغناطیسی، بیش‌ترین بسامد مربوط به امواج رادیویی است.  
ج) اگر یک آونگ با بسامدی برابر با بسامد طبیعی آن به نوسان درآید، برای آونگ، تشدید (رزونانس) رخ می‌دهد.  
چ) بازتاب یک دسته پرتوی موازی نور از سطح یک کاغذ، از قانون بازتاب عمومی امواج پیروی نمی‌کند.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۱۹ شکل روبه رو، یک موج در حال انتشار را نشان می‌دهد.  
الف) معین کنید L و D چه کمیت‌هایی هستند؟  
ب) این موج، طولی است یا عرضی؟ چرا؟



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۲۰ از داخل پرانتز گزینه درست را انتخاب کرده و در پاسخ‌نامه بنویسید.  
الف) وقتی چشمه‌ی صوت به ناظر ساکن نزدیک می‌شود، فاصله‌ی جبهه‌های موج در عقب چشمه (بیش‌تر - کم‌تر) می‌شود.  
ب) میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی یک موج الکترومغناطیسی همواره (عمود بر - موازی با) جهت حرکت موج هستند.  
پ) در دماهای معمولی، بیش‌تر تابش گسیل شده از سطح اجسام در ناحیه‌ی (فرابنفش - فرورسرخ) است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۲۱ دامنه‌ی نوسان یک حرکت هماهنگ ساده  $0.1\text{ m}$  و دوره‌ی تناوب آن  $0.4\text{ s}$  است. (این نوسان‌گر در مبدا زمان، در انتهای مثبت مسیر نوسان قرار دارد)  
الف) معادله‌ی مکان - زمان این نوسان‌گر را بنویسید.  
ب) نمودار مکان - زمان این نوسان‌گر را در یک دوره‌ی تناوب رسم کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹



۲۲

درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

- الف) ضریب شکست یک محیط شفاف، برابر نسبت تندی نور در خلأ به تندی نور در محیط است.  
 ب) اگر یک موج سینوسی از قسمت ضخیم طناب به قسمت نازک آن وارد شود، تندی موج کاهش می‌یابد.  
 پ) اجاق‌های میکروموج (ماکروفر)، براساس تداخل امواج مکانیکی کار می‌کنند.  
 ت) وقتی موج در عبور از یک شکاف با پهنایی از مرتبه‌ی طول موج، به اطراف گسترده می‌شود، پراش رخ می‌دهد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۲۳

- با دور شدن ناظر از چشمه صوت ساکن، بسامد صوت دریافتی توسط آن در مقایسه با ناظر ساکن در مدت زمان یکسان چگونه تغییر می‌کند؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

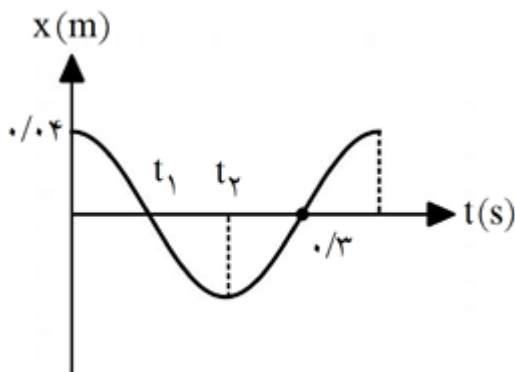
تراز شدت صوتی ۵۰ dB است. شدت این صوت چند وات بر مترمربع است؟ 
$$I_1 = \frac{10^{-12} W}{m^2}$$

۲۴

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۲۵

- نمودار مکان - زمان یک نوسانگر جرم - فنر مطابق شکل روبه‌رو است.  
 الف) معادله حرکت این نوسانگر را بنویسید.  
 ب) انرژی مکانیکی آن را در دو لحظه  $t_1$  و  $t_2$  مقایسه کنید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

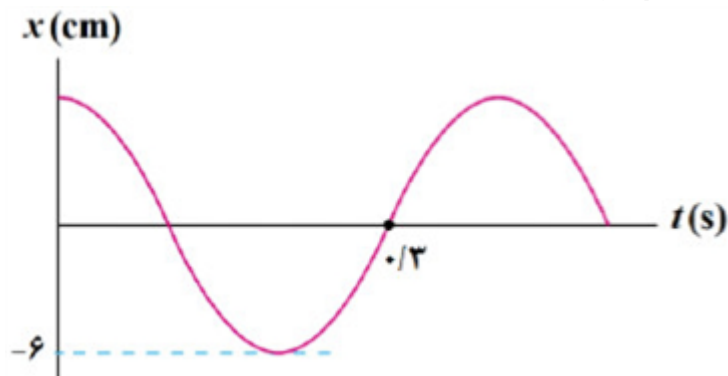
۲۶

- جای خالی در جمله زیر را با عبارت مناسب پر کنید.  
 میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی در یک موج الکترومغناطیسی با ..... یکسان با یکدیگر تغییر می‌کنند.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۲۷

- نمودار مکان - زمان نوسانگری مطابق شکل مقابل است.  
 الف) معادله حرکت این نوسانگر را در SI بنویسید.  
 ب) در چه لحظه‌ای، انرژی جنبشی برای نخستین بار بیشینه می‌شود؟



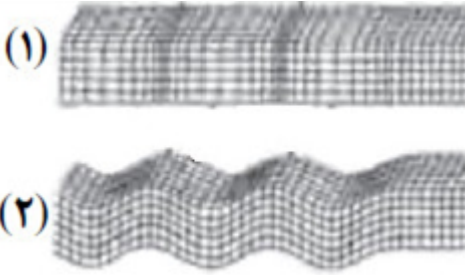
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲



۲۸ واژه مناسب را از داخل پرانتز انتخاب کنید و بنویسید.  
صوت یک موج (عرضی - طولی) است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۲۹ با توجه به شکل مقابل که مربوط به امواج لرزه‌ای است:  
الف) کدام شکل نشان‌دهنده موج P است؟  
ب) تندی انتشار کدام موج در یک محیط جامد کمتر است؟

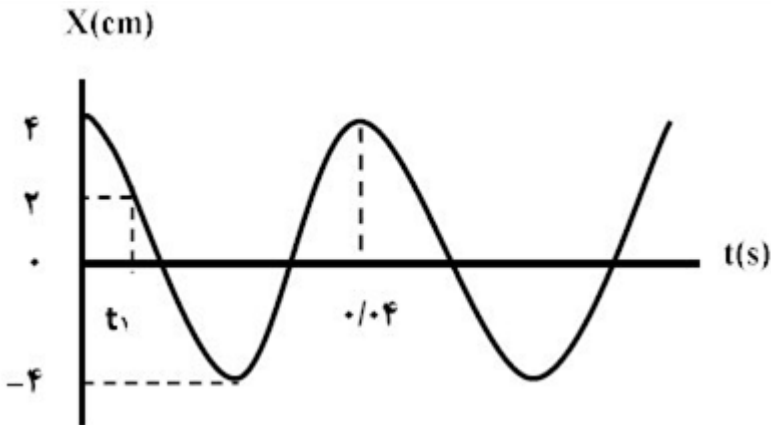


سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۳۰ درستی یا نادرستی گزاره‌ی زیر را با واژه درست یا نادرست مشخص کنید.  
- تندی انتشار صوت در محیط جامد بیشتر از مایع است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۳۱ در شکل زیر نمودار مکان - زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ی جرم - فنری با دوره  $0.4 \text{ s}$  و دامنه‌ی نوسان  $4 \text{ cm}$  نشان داده شده است. اگر ثابت فنر این نوسانگر  $60 \frac{N}{m}$  باشد؛  
الف) انرژی مکانیکی این نوسانگر چند ژول است؟  
ب) مقدار  $t_1$  چند ثانیه است؟  $\left( \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \right)$



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸

۳۲ معادله حرکت هماهنگ ساده یک نوسانگر در SI به صورت  $x = 0.4 \cos 10\pi t$  می‌باشد.  
الف) بسامد نوسان را حساب کنید.  
ب) تندی بیشینه نوسانگر را حساب کنید.  
پ) اگر جرم نوسانگر  $400 \text{ g}$  باشد، انرژی مکانیکی آن را حساب کنید.  $(\pi = 3)$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱



با توجه به عبارتهای ستون اول، از ستون دوم یک عبارت مرتبط با هر کدام از آنها انتخاب کنید. (در ستون دوم دو مورد اضافه است).

ستون اول	ستون دوم
الف) موج عرضی	(۱) فراصوت
ب) رادار دوپلری	(۲) شکست موج
پ) سراب	(۳) پرتو گاما
ت) فاصله دو تراکم متوالی موج	(۴) بسامد موج
	(۵) بازتاب موج
	(۶) طول موج

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

درستی یا نادرستی هریک از گزاره‌های زیر را با واژه «درست» یا «نادرست» در پاسخنامه مشخص کنید.  
 الف) با افزایش ثابت فنر در سامانه جرم - فنر (با جرم یکسان) دوره تناوب نوسان‌ها کوتاه‌تر می‌شود.  
 ب) نوسان تاب بدون هُل دادن، یک نوسان نامیرا است.  
 پ) در امواج دایره‌ای ایجاد شده بر سطح آب، فاصله بین دو برآمدگی مجاور برابر یک طول موج است.  
 ت) بیشترین بسامد در طیف امواج الکترومغناطیسی، متعلق به امواج رادیویی است.  
 ث) امواج صوتی هنگام انتشار در هوا، عرضی هستند.  
 ج) با حرکت یک چشمه صوتی، فاصله جبهه‌های موج در جلوی چشمه، بیشتر از پشت آن می‌شود.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

درستی یا نادرستی هریک از گزاره‌های زیر را مشخص کنید.  
 الف) موج‌های پیش‌روند از نقطه‌ای به نقطه‌ی دیگر حرکت کرده و انرژی را با خود منتقل می‌کنند.  
 ب) هنگام انتشار موج الکترومغناطیسی در خلأ، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی با بسامد متفاوت، تغییر می‌کنند.  
 پ) موج صوتی در محیط جامد نمی‌تواند تولید و منتشر شود.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

دامنه‌ی حرکت را تعریف کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را با واژه‌های درست یا نادرست در پاسخنامه مشخص کنید.  
 الف) شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان حرکت جسم در هر لحظه برابر سرعت لحظه‌ای است.  
 ب) اگر جهت حرکت متحرک تغییر کند، حرکت متحرک شتابدار است.  
 پ) نیروی مقاومت شاره وارد بر جسم، به تندی حرکت جسم بستگی ندارد.  
 ت) ضریب اصطکاک ایستایی معمولاً از ضریب اصطکاک جنبشی کوچک‌تر است.  
 ث) دوره‌ی تناوب آونگ ساده به جرم وزنه‌ی متصل به آونگ بستگی دارد.  
 ج) تاب خوردن کودک که به طور دوره‌ای هل داده می‌شود مثالی از نوسان واداشته است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

معادله‌ی مکان - زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای با دامنه‌ی  $0.6 \text{ m}$  و بسامد  $5 \text{ Hz}$  را بنویسید. با فرض این‌که در لحظه‌ی  $t = 0 \text{ s}$  نوسانگر در بیشینه فاصله از نقطه‌ی تعادل ( $x = +A$ ) باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

تراز شدت صوتی  $50 \text{ dB}$  است. شدت این صورت چند وات بر متر مربع است؟  $(I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2})$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹



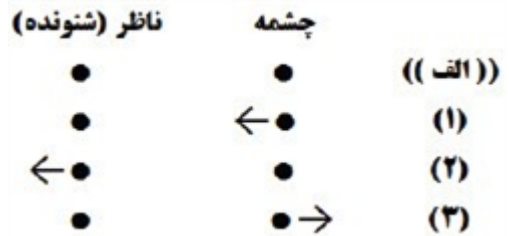
۴۰

جسمی به جرم  $25 \text{ kg}$  /  $0$  به فنری با ثابت  $100 \frac{N}{m}$  متصل است و روی سطح افقی بدون اصطکاک قرار دارد. جسم را به اندازه  $0.4 \text{ m}$  /  $0$  می‌کشیم و رها می‌کنیم. جسم روی سطح افقی شروع به نوسان می‌کند:  
 الف) بسامد زاویه‌ای این سامانه‌ی جرم - فنر چند رادیان بر ثانیه است؟  
 ب) انرژی مکانیکی این سامانه‌ی جرم - فنر چند ژول است؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ۹۸

۴۱

شکل زیر جهت‌های حرکت یک چشمه‌ی صوتی و یک ناظر (شنونده) را در وضعیت‌های مختلف نشان می‌دهد. بسامدی را که ناظر در حالت‌های ۱، ۲ و ۳ می‌شنود در مقایسه با حالت الف کم‌تر است یا بیش‌تر؟



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ۹۸

۴۲

ارتفاع و بلندی که هر دو به ادراک شنوایی ما مربوط می‌شوند، هر کدام به کدام کمیت فیزیکی وابسته هستند؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ۹۸



# پاسخنامه تشریحی

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۱

$$x(|x| - 1) \leq 0 \Rightarrow x \leq -1, 0 \leq x \leq 1 \Rightarrow D_f = (-\infty, -1] \cup [0, 1]$$

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-x^2} & 0 \leq x \leq 1 \\ \sqrt{x+x^2} & x \leq -1 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} \frac{1-2x}{2\sqrt{x-x^2}} & 0 < x < 1 \\ \frac{1+2x}{2\sqrt{x+x^2}} & x < -1 \end{cases}$$

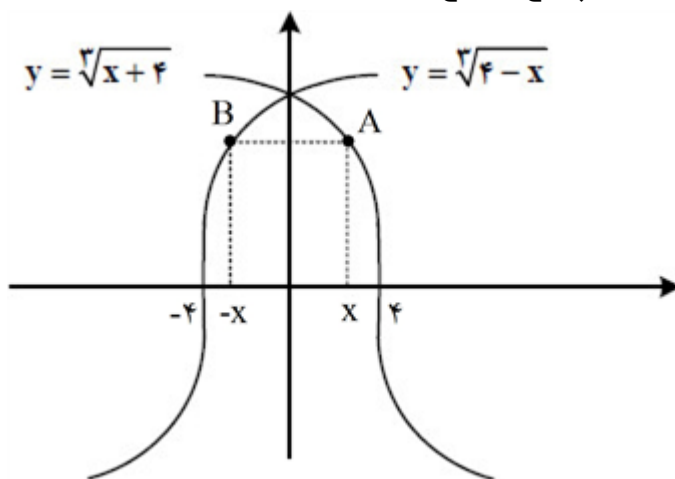
نقاط بحرانی  $\begin{cases} x = 0, x = 1, x = -1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$

این تابع ۴ نقطه بحرانی دارد که فقط  $x = \frac{1}{2}$  ماکزیمم نسبی است. پس:

$$\left. \begin{matrix} m = 1 \\ n = 0 \\ k = 4 \end{matrix} \right\} m + n + k = 5$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۲



$$S = 2x\sqrt{4-x} = 2\sqrt{4x^2 - x^3} \Rightarrow S' = 2 \left( \frac{12x^2 - 3x^2}{2\sqrt{4x^2 - x^3}} \right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ غ ق} \\ x = 3 \end{cases}$$

$$S_{\text{Max}} = S(3) = 2(3)\sqrt{4-3} = 6$$

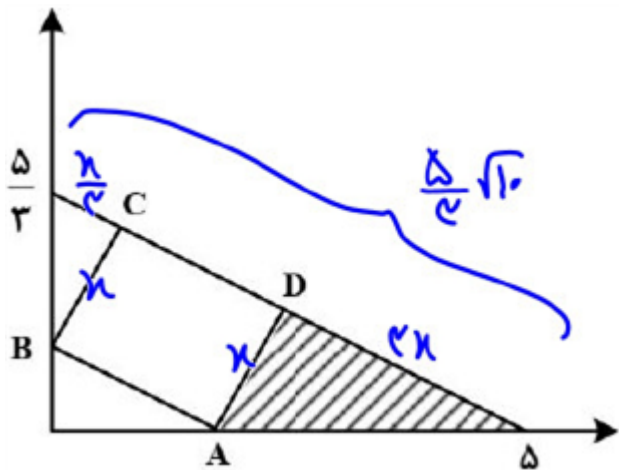
$$\frac{\text{Log } x}{\text{Log } 9} + \frac{3 \text{Log } 3}{\text{Log } x^2} = \frac{\text{Log } x}{2 \text{Log } 3} + \frac{3 \text{Log } 3}{2 \text{Log } x}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۳

$$ab = \frac{3}{4} \xrightarrow{a, b > 0} \min\{a+b\} \Rightarrow a = b = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \min\{a+b\} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۴



$$S = x \left( \frac{5}{3} \sqrt{10} - \frac{x}{3} - 2x \right) = \frac{1}{3} x (5\sqrt{10} - 10x)$$

$$= \frac{10}{3} x \left( \frac{\sqrt{10}}{2} - x \right)$$

حداکثر S در  $x = \frac{\sqrt{10}}{4}$  رخ می‌دهد. پس مساحت هاشورخورده برابر است با:

$$\frac{1}{2} x \times 2x = \frac{2}{2} x^2 = \frac{2}{2} \times \frac{10}{16} = \frac{15}{16}$$

$$D_f = \left[ 0, \frac{a}{2} \right]$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۵

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{-2}{2\sqrt{a-2x}} = 0 \Rightarrow \sqrt{a-2x} = 2\sqrt{x} \Rightarrow a - 2x = 4x \Rightarrow x = \frac{a}{6}$$

$$f\left(\frac{a}{6}\right) = \sqrt{\frac{a}{6}} + \sqrt{\frac{2a}{6}} = \frac{2}{\sqrt{6}} \sqrt{a} \rightarrow \max$$

$$f(0) = \sqrt{a}$$

$$f\left(\frac{a}{6}\right) = \sqrt{\frac{a}{6}} \rightarrow \min$$

$$\left. \begin{array}{l} \max. \min = \frac{2}{\sqrt{12}} a = \sqrt{12} \Rightarrow a = 4 \end{array} \right\}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶

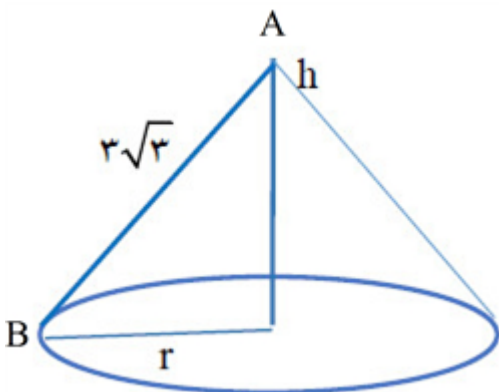
$$y' = 3x^2 + 2ax + b = 0, y'(0) = 0 \Rightarrow b = 0, f(0) = 4 \Rightarrow c = 4$$

$$x(3x + 2a) = 0 \Rightarrow x = -\frac{2a}{3}$$

$$\frac{-8a^3}{27} + \frac{4a^3}{9} + 4 = 0 \Rightarrow a^3 = -27 \Rightarrow a = -3$$

$$x = \frac{-2a}{3} = 2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۷



$$r^2 + h^2 = (r\sqrt{3})^2 \Rightarrow r^2 = 27 - h^2$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi (27 - h^2) h = \frac{\pi}{3} (27h - h^3)$$

$$V' = 0 \Rightarrow 27 - 3h^2 = 0 \Rightarrow h = 3$$



۸

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا محل برخورد  $y = x^\alpha$  و نیمساز ربع اول و سوم را حساب می‌کنیم.

$$y = x^\alpha \Rightarrow x^\alpha - x = 0 \Rightarrow x(x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

بنابراین نقطه A دارای طولی بین صفر و یک است. ( $0 < \alpha < 1$ )

$$A(\alpha, \alpha^\alpha) \Rightarrow A'(\alpha^\alpha, \alpha)$$

$$AA' = \sqrt{(\alpha^\alpha - \alpha)^\alpha + (\alpha - \alpha^\alpha)^\alpha} = \sqrt{2} |\alpha - \alpha^\alpha|$$

چون  $0 < \alpha < 1$  است بنابراین درون قدرمطلق مثبت است.

$$AA' = \sqrt{2} \alpha - \sqrt{2} \alpha^\alpha$$

کافی است در معادله درجه ۲ ایجاد شده رأس سهمی را حساب کنیم.

$$\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-\sqrt{2}}{-2\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow AA' = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۹

$$f(x) = \frac{x^\alpha}{x^\alpha - 8} \Rightarrow f'(x) = \frac{x^\alpha - 2\alpha x^{\alpha-1}}{(x^\alpha - 8)^\alpha} = \frac{x^{\alpha-1}(x^\alpha - 2\alpha)}{(x^\alpha - 8)^\alpha} = 0$$

$$\Rightarrow x = 0, x^\alpha = 2\alpha \Rightarrow x = \sqrt[\alpha]{2\alpha} \approx 2/0.5$$

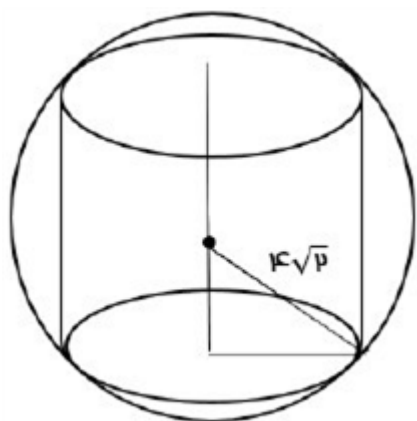
X	$-\infty$	۰	۲	$\sqrt[3]{32}$	$+\infty$
f'	+	-		-	+
f	↗	↘		↘	↗

فاصله‌های نزولی:  $(0, 2)$  و  $(2, \sqrt[3]{32})$  که طول بازه‌ها به ترتیب ۲ و  $\sqrt[3]{32} - 2$  است که  $\sqrt[3]{32} - 2$  کوچکتر است.

$$\text{جواب} = \sqrt[3]{32} - 2 = 2\sqrt[3]{4} - 2 = 2(\sqrt[3]{4} - 1)$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۱۰



$$S = 2\pi rh = 4\pi \sqrt{r^2} \sqrt{\frac{h^2}{4}}$$

$$\Rightarrow r^2 + \frac{h^2}{4} = 32, 2r^2 = 32, r = 4$$

$$\Rightarrow \frac{r^2}{4} = \frac{h^2}{4} \Rightarrow r^2 = \frac{h^2}{4}$$

$$S_{\max} = 64\pi$$

$$f(x) = (x - 1)|x| = \begin{cases} x(x - 1) & x \geq 0 \\ x(1 - x) & x < 0 \end{cases}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۱۱

$$f'(x) = \begin{cases} 2x - 1 & x > 0 \\ 1 - 2x & x < 0 \end{cases}$$

$$a + b = \frac{1}{2} \leftarrow a = 0, b = \frac{1}{2}$$

تابع f در بازه  $(0, \frac{1}{2})$  اکیداً نزولی است. بنابراین:



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نقطه عطف نمودار تابع  $y = ax^2 + bx^2$  نقطه  $I\left(-\frac{b}{2a}, \frac{2}{27}, \left(\frac{b^2}{a^2}\right)\right)$  است، برای

۱۲

اینکه این نقطه در ربع دوم قرار گیرد، باید داشته باشیم:

$$\left. \begin{array}{l} -\frac{b}{a} < 0 \\ \text{و} \\ \frac{b^2}{a^2} > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow a, b > 0$$

$$\left. \begin{array}{l} k > 0 \\ k + 1 > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow k > -1$$

حال در این سؤال داریم:

که این بازه شامل هیچ عدد صحیح و منفی نمی‌باشد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تابع روی دامنه‌اش یعنی  $R - \{1\}$  پیوسته است: ۱۳

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1+x^2} & ; x < 0 \\ \frac{x}{1-x^2} & ; x \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \begin{cases} \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2} & ; x < 0 \\ \frac{1+x^2}{(1-x^2)^2} & ; x \geq 0 \end{cases}$$

تابع در  $x = 0$  مشتق دارد و برابر یک است. ( $f'(0) = 1$ )

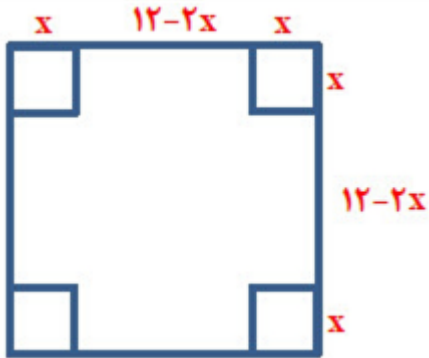
و با توجه به دامنه هر ضابطه فقط در  $x = -1$  مشتق برابر صفر دارد:

$$f'(-1) = 0$$

پس تابع فقط یک نقطه بحرانی دارد.

دقت کنید که  $x = 1$  عضو دامنه تابع نیست و نباید لحاظ شود.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۴



$$V(x) = x(12 - 2x)^2$$

$$\Rightarrow V'(x) = (12 - 2x)^2 - 2 \times 2x(12 - 2x) = 0$$

$$\Rightarrow (12 - 2x)(12 - 2x - 4x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = 2 \end{cases}$$

$x = 6$  حجم را صفر (می‌نیم) می‌کند پس  $x = 2$ .

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۵

$$x < 0 \Rightarrow y = ax^2 - bx \Rightarrow y' = 2ax - b \xrightarrow{y'(-1)=0} -2a - b = 0 \quad \otimes$$

$$A(-1, 2) \in y \Rightarrow 2 = a + b \xrightarrow{\otimes} a = -2, b = 4 \Rightarrow ab = -8$$



۱۶

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. محل تلاقی مجانب‌ها همان مجانب‌های قائم و افقی تابع است.

$$y = \frac{a}{a+1} \text{ و } x = \frac{-(a-1)}{a+1} \text{ مجانب افقی}$$

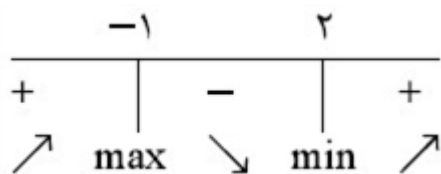
$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{-1}{3} \text{ طول نقطه مینیمم:}$$

$$\frac{-(a-1)}{a+1} = \frac{-1}{3} \Rightarrow a = 2 \text{ با مساوی قرار دادن دو تا x داریم:}$$

پس تابع هموگرافیک داده شده به صورت  $y = \frac{2x+3}{3x+1}$  می‌باشد که محل تلاقی آن با محور طولها  $x = \frac{-3}{2}$  است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۷

$$f'(x) = 6x^2 - 6x - 12 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (x-2)(x+1) = 0$$



$x = -1$  مینیمم و  $x = 2$  ماکزیمم تابع است.

$$A \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 8 & -19 \end{vmatrix} B \begin{vmatrix} 2 & 27 \\ -19 & -3 \end{vmatrix} m_{AB} = \frac{8+19}{-1-2} = \frac{27}{-3} \Rightarrow m_{AB} = -9$$

$$f'(x) = -9 \Rightarrow 6x^2 - 6x - 12 = -9 \Rightarrow 6x^2 - 6x - 3 = 0$$

$\Delta > 0$   
 دو جواب دارد پس دو نقطه یافت می‌شود.

(ب) درست (ص ۵۹)

(ت) نادرست (ص ۶۶)

(ج) درست (ص ۶۰)

(الف) نادرست (ص ۵۹) ۱۸

(پ) درست (ص ۶۲)

(ث) نادرست (ص ۶۸)

(چ) نادرست (ص ۸۱)

(الف)  $D = 2A$  و  $L = \lambda$  ۱۹

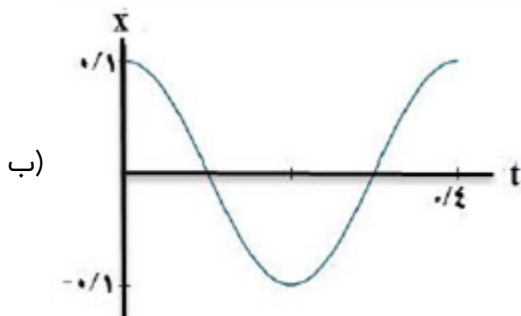
(ب) عرضی، چون راستای نوسانات ذره‌های محیط عمود بر راستای انتشار موج است. (ص ۷۰ و ۷۱)

(الف) بیش‌تر (ص ۷۵) ۲۰

(ب) عمود بر (ص ۶۷)

(پ) فروسرخ (ص ۹۹)

$$x = A \cos \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow x = 0.1 \cos \frac{2\pi}{0.4} t \Rightarrow x = 0.1 \cos 5\pi t \text{ (ص ۸۹)}$$



(ب)

۲۱



ت) درست

پ) نادرست

ب) نادرست

الف) درست ۲۲

(ص ۹۷ و ۹۵ و ۱۰۲ و ۱۱۰)

کاهش می‌یابد. ۲۳

$$\beta = 10 \cdot \text{Log} \frac{I}{I_0} \Rightarrow 50 = 10 \cdot \text{Log} \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 10^{-7} \frac{W}{m^2}$$

الف)  $T = 0.4 \text{ s}$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{0.4} = 5\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow x = 0.04 \text{ Cos } 5\pi t$$

ب) برابرند.

بسامد ۲۴

الف)  $\frac{3T}{4} = 0.3 \Rightarrow T = 0.4 \text{ s}$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.4} = 5\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$x = A \text{ Cos } \omega t \Rightarrow x = 0.06 \text{ Cos } 5\pi t \text{ (ص ۸۵)}$$

ب) در لحظه  $t = 0.1 \text{ s}$  (یا  $t = \frac{T}{4}$ ) (ص ۶۳)

۲۷

طولی (ص ۲۰) ۲۸

ب) شکل ۲ (ص ۷۸)

الف) شکل ۱ ۲۹

درست ۳۰

$$E = \frac{1}{2} k A^2 (0.25) \quad E = \frac{1}{2} \times (60) \times (0.04)^2 (0.25) \quad \text{الف}$$

$$E = 4/8 \times 10^{-2} \text{ J } (0.25)$$

$$x = A \text{ Cos } \frac{2\pi}{T} t_1 \quad (0.25) \quad y = 4 \text{ Cos } \frac{2\pi}{0.4} t_1 \quad (0.25) \quad \text{ب)}$$

$$\frac{2\pi}{0.4} t_1 = \frac{\pi}{3} \quad t_1 = \frac{1}{15} \text{ s } (0.25)$$

(ص ۵۸ و ۸۹)

الف)  $2\pi f = 10\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow f = 5 \text{ Hz}$

ب)  $v_{\text{max}} = A\omega \Rightarrow v_{\text{max}} = 0.4 \times 10 \times 3 = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

ب)  $E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \Rightarrow E = \frac{1}{2} \times 0.4 \times 900 \times 0.16 = 28.8 \text{ J } (ص ۵۵ و ۵۹)$

۳۲



۳۳

الف و ۳

(ص ۶۸ و ۸۰ و ۸۶ و ۶۹)

ب و ۵

پ و ۲

ت و ۶

۳۴

الف) درست (ص ۵۷)

پ) درست (ص ۶۳)

ث) نادرست (ص ۷۱)

ب) نادرست (ص ۶۰)

ت) نادرست (ص ۶۸)

ج) نادرست (ص ۷۵)

۳۵

الف) درست (ص ۶۲)

ب) نادرست (ص ۶۷)

پ) نادرست (ص ۷۰)

۳۶

بیشینه فاصله‌ی جسم (نوسانگر) از نقطه‌ی تعادل است. (ص ۵۵)

۳۷

الف) درست (ص ۹)

پ) نادرست (ص ۳۴)

ث) نادرست (ص ۴۵)

ب) درست (ص ۱۰)

ت) نادرست (ص ۴۰)

ج) درست (ص ۶۰)

۳۸

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow x = 0.06 \cos (2\pi \times 2/5)t \Rightarrow x = 0.06 \cos 5\pi t \quad (\text{ص } ۵۶)$$

۳۹

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 50 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 10^{-7} \frac{W}{m^2} \quad (\text{ص } ۸۰)$$

۴۰

الف)

$$w = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow w = \sqrt{\frac{100}{0.25}} \Rightarrow w = 20 \frac{\text{rad}}{s} \quad (\text{ص } ۵۷)$$

$$E = \frac{1}{2} k A^2 \Rightarrow E = \frac{1}{2} \times 100 \times (0.04)^2 \Rightarrow E = 0.8 J \quad (\text{ص } ۵۸)$$

ب)

۴۱

۱) بیشتر

۲) کمتر

۳) کمتر (ص ۹۲)

۴۲

ارتفاع به بسامد و بلندی به شدت (ص ۸۱)



# پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴

