



نام و نام خانوادگی :

پایه تحصیلی :

نام دبیر :

تاریخ برگزاری ۱۴۰۵/۰۲/۱۸

عنوان آزمون : جمع بندی امتحانات نهایی-۲۵ اردیبهشت-دوازدهم ریاضی



۱ در طیف امواج الکترومغناطیسی، طول موج پرتوهای گاما بیشتر است یا امواج رادیویی؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۲ آزمایشی را توضیح دهید که با استفاده از آن بتوان تندی انتشار صوت در هوا را اندازه‌گیری کرد.
وسایل آزمایش: خطکش - چکش و صفحه فلزی - زمان‌سنج - میکروفون

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۳ تندی انتشار موج مکانیکی در یک محیط جامد، برای امواج عرضی بیشتر است یا امواج طولی؟

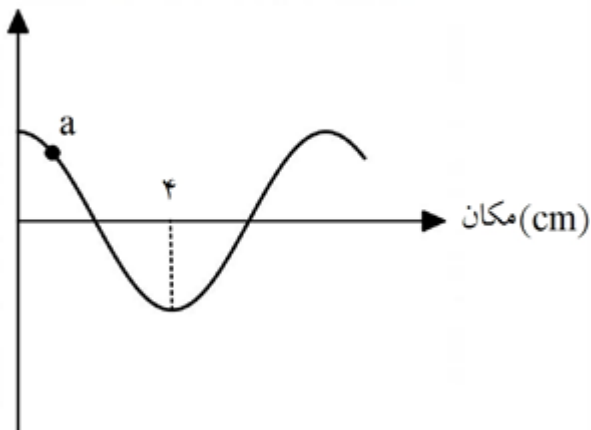
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۴ واژه درست را از درون پرانتز انتخاب کرده و بنویسید.
دوره تناوب یک سامانه جرم - فنر با جرم ثابت، مستقل از (ثابت فنر - دامنه حرکت) است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۵ شکل روبه‌رو یک موج سینوسی را در لحظه‌ای از زمان نشان می‌دهد که در طول ریسمان کشیده شده‌ای حرکت می‌کند.
اگر در لحظه نشان داده شده، ذره a رو به پایین حرکت کند:
الف) جهت انتشار موج را تعیین کنید.
ب) اگر بسامد نوسان ۲۰ Hz باشد، تندی انتشار موج چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

جابه جایی



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

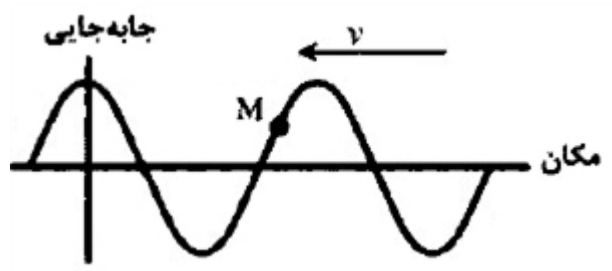
۶ دو ویژگی امواج الکترومغناطیسی را بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳



۷

شکل زیر نقش یک موج در حال پیشروی را در یک سیم نشان می‌دهد.



الف) این موج طولی است یا عرضی؟
 ب) در این لحظه نقطه M بر روی سیم، در حال بالا رفتن است یا پایین آمدن؟
 ج) نیروی کشش این سیم را کاهش می‌دهیم، تندی پیشروی موج چگونه تغییر می‌کند؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۸

معادله نوسانی یک نوسانگر در SI به صورت $x = 0.05 \cos 100\pi t$ است. $\left(\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \pi^2 = 10 \right)$

الف) بسامد زاویه‌ای آن چند رادیان بر ثانیه است؟
 ب) اندازه شتاب نوسانگر را در لحظه $t = \frac{1}{400}$ s به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

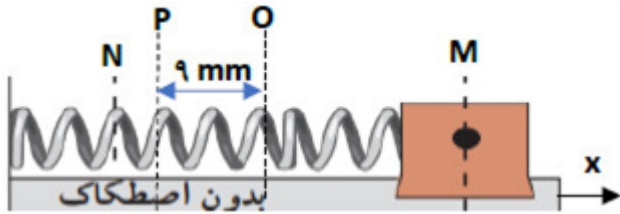
۹

شخصی از یک چشمه صوتی ساکن دور می‌شود. بسامد صوتی که دریافت می‌کند، چگونه تغییر می‌کند؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۱۰

نوسانگر هماهنگ ساده‌ای روی محور x مطابق شکل مقابل در هر دقیقه ۹۰ نوسان کامل حول نقطه تعادل O بین دو نقطه M و N حرکت خود را از حال سکون آغاز می‌کند. شتاب نوسانگر در نقطه P چقدر است؟ $(\pi^2 = 10)$



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۱۱

درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.
 - دستگاه شنوایی انسان به بسامدهای متفاوت، حساسیت یکسان نشان می‌دهد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۱۲

جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید.
 الف) دوره تناوب سامانه جرم - فنر با جذر به طور مستقیم متناسب است.
 ب) اگر ناظر به طرف چشمه صوت حرکت کند، در مقایسه با ناظر ساکن، بسامد صوتی که می‌شنود می‌یابد.
 پ) موج صوتی در منتشر نمی‌شود.
 ت) ارتفاع صوت است که گوش انسان درک می‌کند.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۱۳

اگر در یک محیط ، طول آونگ ساده‌ای را کاهش دهیم، دوره تناوب آن چه تغییری می‌کند؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱



۱۴ در یک رستوران ساکت شدت صوت $10^{-7} \frac{W}{m^2}$ است. تراز شدت صوت چند دسی‌بل است؟ $(I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2})$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۱۵ تراز شدت صوتی ۷۰ dB است. شدت این صوت چند وات بر متر مربع است؟ $(I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2})$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۱۶ کم‌ترین اختلاف زمانی بین دو صوت چه قدر باشد تا پژواک صدای خود را از صدای اصلی تشخیص دهید؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

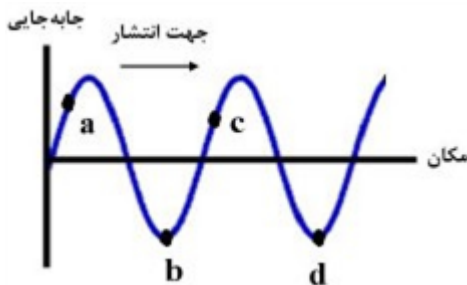
۱۷ تندی صوت در تعدادی محیط مادی، مطابق جدول است: دو نتیجه از مقایسه‌ی عددهای این جدول بنویسید.

تندی (m/s)	محیط
۳۳۱	هوا (۰°C)
۳۴۳	هوا (۲۰°C)
۱۴۸۲	آب (۲۰°C)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۱۸ شکل روبه‌رو یک موج سینوسی را در لحظه‌ای از زمان نشان می‌دهد که در جهت محور X در طول ریسمان کشیده شده‌ای، حرکت می‌کند. با توجه به شکل، تعیین کنید هریک از اجزای (یا نقاط) مشخص شده به طرف بالا می‌روند یا پایین؟

- a (الف) نقطه‌ی
b (ب) نقطه‌ی
c (پ) نقطه‌ی
d (ت) نقطه‌ی



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۱۹ ریسمانی به طول $0.8m$ و جرم $4kg$ بین دو نقطه ثابت با نیروی کشیده شده $50N$ است. تندی انتشار موج در این ریسمان چند متر بر ثانیه است؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۲۰ موج طولی را تعریف کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۲۱ اگر m, n دو عدد طبیعی و a, b دو عدد صحیح باشند و $a \equiv b^m$ نشان دهید، $a^n \equiv b^m$.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳



۲۱ برای هر دو عدد حقیقی x و y ، به روش بازگشتی (گزاره‌های هم‌ارز) نشان دهید:

$$2x^2 + 2xy + y^2 \geq 4x - 4$$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۲۲ در معادله سیاله $15x + 19y = 7$ ، بزرگترین عدد ۲ رقمی طبیعی که می‌توان برای x در نظر گرفت چه مقداری می‌باشد؟ (با راه‌حل)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۲۳ دانش‌آموز در یک آزمون علمی شرکت کرده است، او به سؤالات ۵ امتیازی و ۳ امتیازی پاسخ داده و مجموعاً ۴۲ امتیاز کسب کرده است. (پاسخ به هر سؤال یا امتیاز کامل دارد و یا امتیازی ندارد.) این دانش‌آموز به چه صورت‌هایی توانسته این امتیاز را کسب کند؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۲۴ اگر دو عدد $(3a - 5)$ و $(4a - 7)$ رقم یکان برابر داشته باشند، رقم یکان عدد $(9a + 6)$ را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۲۵ معادله سیاله $2x + 5y = 19$ را حل کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۲۶ معادله هم‌نهشتی $20 \equiv 8x \pmod{12}$ را حل کرده و جواب عمومی آن را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۲۷ باقی‌مانده تقسیم 7^{30} بر ۱۵ را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۲۸ اگر x و y دو عدد حقیقی مثبت باشند، ثابت کنید $2 \leq \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۲۹ معادله هم‌نهشتی $2 \equiv 5x \pmod{11}$ را حل کرده و جواب عمومی آن را بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۳۰ برای دو عدد حقیقی x و y نشان دهید:

$$3x^2 + y^2 \geq 6x - 3$$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۳۱ ثابت کنید اگر $p \geq 3$ عددی اول باشد، آنگاه به یکی از دو صورت $p = 4k + 1$ یا $p = 4k + 3$ نوشته می‌شود. ($k \in \mathbb{Z}$)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۳۲ جمله زیر را با نوشتن عدد مناسب در جای خالی تکمیل کنید. اگر a, b دو عدد طبیعی بزرگتر از یک باشند و $9a|b, b|27$ آنگاه $a = \dots$ است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۳۳ اگر $a \neq 0$ عددی صحیح و $2a|5m - 2, 2a|3m - 4$ جواب‌های صحیح a را مشخص کنید؟ ($m \in \mathbb{Z}$)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳



۳۵

درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

- تفاضل هر دو عدد دلخواه از مجموعه $A = \{x \in \mathbb{Z} | x = 4k + 3\}$ مضرب ۴ است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۳۶

جواب‌های عمومی معادله سیاله $5x + 9y = 22$ را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۳۷

جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

اگر k عددی صحیح باشد، باقی مانده تقسیم $19k - 300$ بر ۱۹ برابر با است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۳۸

چنانچه گزاره زیر درست است آن را اثبات کنید و اگر نادرست است آن را با ارائه مثال نقض، رد کنید.

- با اضافه کردن یک واحد به حاصل ضرب دو عدد زوج متوالی، حاصل، مربع کامل است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۳۹

عبارت مناسب را از داخل پرانتز انتخاب کنید.

الف) حاصل ضرب هر عدد گویای ناصفر در یک عدد گنگ، عددی (گنگ / گویا) است.

ب) اگر دو عدد صحیح a و b داشته باشیم $a|b$ ، برای هر $m \in \mathbb{Z}$ داریم: $(a|mb / ma|b)$.پ) اگر $a|b$ آن‌گاه ب. م. دو عدد a و b برابر با $(a / |a|)$ است.ت) اگر $(c, m) = d$ و $ac \equiv bc \pmod{m}$ آن‌گاه رابطه $(a \equiv b / a \equiv b)$ برقرار خواهد بود.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۴۰

به روش بازگشتی ثابت کنید حاصل ضرب هر دو عدد حقیقی، کوچک‌تر یا مساوی نصف مجموع مربعات آن‌ها است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰



پاسخنامه تشریحی

۱ امواج رادیویی

۲ میکروفون‌ها را به زمان‌سنج متصل کرده و در دو انتهای خطکش قرار می‌دهیم. اختلاف فاصله میکروفون‌ها از محل برخورد چکش با صفحه فلزی را اندازه می‌گیریم. با استفاده از زمان‌سنج می‌توانیم تأخیر زمانی بین دریافت صوت توسط دو میکروفون را ثبت کنیم از رابطه $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ تندی صوت در هوا را اندازه می‌گیریم.

۳ طولی

۴ دامنه

۵ الف) خلاف محور x (به طرف چپ)

$$\text{ب) } \lambda = 8 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow v = 8 \times 20 = 160 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

۶ عرضی هستند و برای انتشار به محیط مادی نیاز ندارند.

۷ الف) عرضی (ب) بالا رفتن (ج) کمتر می‌شود.

$$\text{الف) } \omega = 100\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\text{ب) } x = 0.05 \cos \left(100\pi \times \frac{1}{400} \right) \Rightarrow x = 0.05 \frac{\sqrt{2}}{2} m$$

$$|a| = \omega^2 x \Rightarrow |a| = 2500 \sqrt{2} \frac{m}{s^2}$$

۹ کاهش می‌یابد.

$$T = \frac{t}{n} = \frac{60}{90} = \frac{2}{3}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 3\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$a = \omega^2 x \Rightarrow a = 9\pi^2 \times 9 \times 10^{-3} = 81\pi^2 \times 10^{-1} \frac{m}{s^2}$$

۱۱ نادرست (ص ۷۴)

۱۲ الف) جرم وزنه (ب) افزایش (پ) خلأ (ت) بسامدی

(ص ۵۷ و ۷۶ و ۶۸ و ۷۴)

۱۳ کاهش می‌یابد (ص ۶۷)

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \beta = 10 \log \frac{10^{-7}}{10^{-12}} \Rightarrow \beta = 50 \text{ dB (ص ۸۱)}$$

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 70 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 10^{-5} \frac{W}{m^2} \text{ (ص ۸۱)}$$

- ۱۷) (۱) تندی صوت در محیط مایع بیش‌تر از محیط گاز است.
 (۲) تندی صوت در گاز، با افزایش دما، بیش‌تر می‌شود. (ص ۷۹ و ۸۸)

۱۸) الف) پایین ب) بالا پ) پایین ت) بالا (ص ۹۰)

$$v = \sqrt{\frac{F \cdot L}{m}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{50 \times 0 / 8}{0 / 4}} \Rightarrow v = 10 \frac{m}{s} \quad (ص ۶۵) \quad ۱۹$$

۲۰) اگر جابه‌جایی هر جزء نوسان‌کننده‌ای از محیط، در راستای انتشار موج باشد موج را موج طولی می‌گویند. (ص ۶۲)

$$a \equiv b \Rightarrow m|a - b \Rightarrow m|(a - b)(a^{n-1} + ba^{n-2} + \dots + b^{n-1}) \Rightarrow m|a^n - b^n \Rightarrow a^n \equiv b^n \quad ۲۱$$

$$2x^2 + 2xy + y^2 \geq 4x - 4 \Leftrightarrow x^2 + 2xy + y^2 + x^2 - 4x + 4 \geq 0 \Leftrightarrow (x + y)^2 + (x - 2)^2 \geq 0$$

این رابطه همواره برقرار است. (ص ۸) ۲۲

$$15x \equiv 7 \Rightarrow 15x \equiv 45 \xrightarrow{(15,19)=1} x \equiv 3 \Rightarrow x = 19k + 3 \quad ۲۳$$

$$\xrightarrow{k=5} x = 98 \quad (ص ۲۸)$$

$$5x + 3y = 42 \Rightarrow 5x \equiv 42 \equiv 0 \Rightarrow x \equiv 0 \Rightarrow x = 3k \Rightarrow 5(3k) + 3y = 42 \Rightarrow y = -5k + 14 \quad ۲۴$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 14 \end{cases}; \begin{cases} x = 3 \\ y = 9 \end{cases}; \begin{cases} x = 6 \\ y = 4 \end{cases} \quad (ص ۲۸)$$

$$4a - 7 \equiv 3a - 5 \Rightarrow a \equiv 2 \Rightarrow 9a + 6 \equiv 24 \equiv 4 \Rightarrow r = 4 \quad (ص ۲۹) \quad ۲۵$$

$$2x \equiv 19 \equiv 4 \xrightarrow{(2,5)=1} x \equiv 2 \Rightarrow x = 5k + 2 \Rightarrow y = -2k + 3 \quad (ص ۲۷) \quad ۲۶$$

$$8x \equiv 20 \equiv 32 \xrightarrow{(8,12)=4} x \equiv 4 \Rightarrow x = 3k + 4 \quad (ص ۳۰) \quad ۲۷$$

$$7^2 = 49 \equiv 4 \Rightarrow 7^4 \equiv 16 \equiv 1 \Rightarrow 7^{28} \equiv 1 \xrightarrow{1 \times 7^{15} \equiv 4} 7^{30} \equiv 4 \quad ۲۸$$

(مشابه سوال ۸ و ۹ ص ۲۹)

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2 \Leftrightarrow \frac{x^2 + y^2}{xy} \geq 2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 \geq 2xy \Leftrightarrow (x - y)^2 \geq 0 \quad ۲۹$$

چون رابطه آخر درست است، پس با بازگشت روابط، حکم مسأله درست است. (قسمت الف تمرین ۱ ص ۸)

$$2 \equiv 35 \Rightarrow 5x \equiv 35 \xrightarrow{\begin{matrix} (5,11)=1 \\ (\div 5) \end{matrix}} x \equiv 7 \Rightarrow x = 11k + 7 \quad ۳۰$$

(مشابه سؤال ۱۴ ص ۳۰)



$$3x^2 + y^2 \geq 6x - 3 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 3 + y^2 \geq 0 \Leftrightarrow 3(x-1)^2 + y^2 \geq 0$$

۳۱

نامساوی همواره برقرار است و چون روابط برگشت پذیر می باشند پس فرض سؤال ثابت می شود.

کافی است p را بر عدد ۴ تقسیم کنیم. در این صورت طبق قضیه تقسیم خواهیم داشت:

۳۲

$$p = 4k, p = 4k + 1, p = 4k + 2, p = 4k + 3$$

p در حالت های $p = 4k + 2, p = 4k$ عددی زوج است. لذا با اول بودن آن تناقض دارد. فقط حالت های $p = 4k + 1$ و $p = 4k + 3$ باقی می ماند و حکم اثبات می شود.

$$a = 3 \quad ۳۳$$

$$2a | 5m - 2 \xrightarrow{\times 2} 2a | 10m - 4 \xrightarrow{-} 2a | 14 \Rightarrow a | 7 \Rightarrow a = \pm 1, \pm 7$$

۳۴

$$2a | 3m - 4 \xrightarrow{\times 5} 2a | 15m - 20$$

درست ۳۵

$$5x \equiv 22 \Rightarrow x \equiv 8 \Rightarrow x = 9k + 8$$

روش اول: ۳۶

$$5(9k + 8) + 9y = 22 \Rightarrow y = -2 - 5k$$

$$9y \equiv 22 \Rightarrow y \equiv 3 \Rightarrow y = 5k + 3$$

روش دوم:

$$5x + 9(5k + 3) = 22 \Rightarrow x = -1 - 9k$$

۴ (ص ۱۱۴) ۳۷

$$2k \times (2k + 2) + 1 = 4k^2 + 4k + 1 = (2k + 1)^2$$

درست (ص ۳) ۳۸

$$a \equiv \frac{m}{d} b \text{ (ت)}$$

$$|a| \text{ (پ (ص ۱۳))}$$

$$a | mb \text{ (ب (ص ۱۰))}$$

الف) گنگ (ص ۵) ۳۹

(ص ۲۲)

$$xy \leq \frac{x^2 + y^2}{2} \Leftrightarrow 2xy \leq x^2 + y^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2xy \geq 0 \Leftrightarrow (x - y)^2 \geq 0$$

۴۰

گزاره همواره درست (ص ۸)



