

نام و نام خانوادگی :

پایه تحصیلی :

نام دبیر :

تاریخ برگزاری ۱۴۰۵/۰۲/۱۳

عنوان آزمون : حسابان ۲- سوال تشریحی- فصل ۳-۱۱ از ۲

۱ الف) مجانب‌های قائم و افقی نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$ را به دست آورید.
 ب) وضعیت نمودار $f(x)$ را در همسایگی مجانب قائم آن نمایش دهید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۲ حاصل حدود زیر را به دست آورید.

ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin^2 x + x}{x^2}$

الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 7}{x^5 - 4x + 3}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۳ حدهای زیر را محاسبه کنید. ([] نماد جزء صحیح است.)

ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 - x + 1}{-x^5 + 2x^2 - 3}$

الف) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2[-x] + 1}{|x - 2|}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۴ مجانب‌های قائم و افقی منحنی تابع $f(x) = \frac{x - 3}{x^2 - 9}$ را در صورت وجود به دست آورید. سپس وضعیت نمودار تابع f را در همسایگی مجانب قائم آن نمایش دهید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۵ حدهای زیر را محاسبه کنید.

الف) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x + 1}{(x - 3)^2}$

ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - 4x^2}{-x^3 |x| - 2}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{1}{x} - 1}{2 - \frac{2}{x^3}} =$

۶ حدود زیر را محاسبه کنید.

ب) $\lim_{x \rightarrow (-\pi)^+} \frac{1}{\sin x} =$

پ) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{\sqrt{x} + 1} =$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۷ جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.

حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{x+1}{\tan x}$ برابر است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۸ مجانب‌های قائم و افقی منحنی تابع $f(x) = \frac{2x-1}{x^2+2x}$ را به دست آورده و سپس وضعیت نمودار تابع را در نزدیکی مجانب قائم آن نمایش دهید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۹ حدهای زیر را محاسبه کنید. (نماد [] علامت جزء صحیح است.)

الف) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[2x]-1}{x-1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2-3x}{1-x^2}$ پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-3x^3+2x+1)$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۱۰ حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید.

الف) $\lim_{x \rightarrow -5^-} \frac{x^2+2x-15}{x^2+10x+25}$ ب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4-x+x^2}{5-2x^2}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۱۱ فرض کنید $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ، محل تقاطع مجانب‌های آن، نقطه $(2, 1)$ است. اگر این تابع از نقطه $(-1, 0)$ بگذرد، ضابطه تابع را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۱۲ آیا مقدار $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{[x]-1}$ وجود دارد؟ چرا؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۱۳ حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$
ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-2}{|\sin x|}$
پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2+4x^5}{x^3-x}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۱۴ اگر $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ax-3}{(2-x)^2} = +\infty$ باشد، حدود a را تعیین کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۱۵ درست یا نادرست بودن عبارت زیر را تعیین کنید.

حاصل $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x+1}{9-x^2}$ برابر با $-\infty$ است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸



حدود زیر را محاسبه کنید. (نماد [] علامت جزء صحیح است.)

الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$

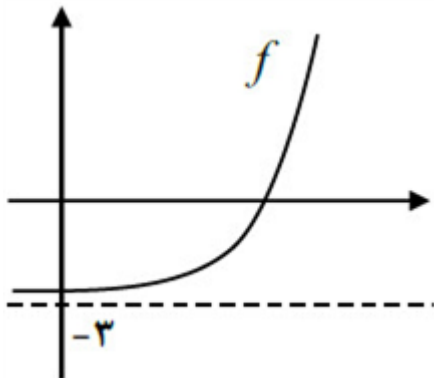
ب) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{(x-5)^4}$

ج) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3-[x]}{x-3}$

د) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^3 + 7x - 9}{2x^3 - 4x^2 + x}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

با توجه به نمودار تابع f ، حاصل حدهای زیر را به دست آورید.



الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots$

ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

حدود زیر را بیابید. ([] نماد جزء صحیح است.)

الف) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x] - 2}{x - 2}$

ب) $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{2}{\operatorname{tg} x}$

ج) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2 + 2x + 1}{4x - 1}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

حدهای زیر را محاسبه کنید.

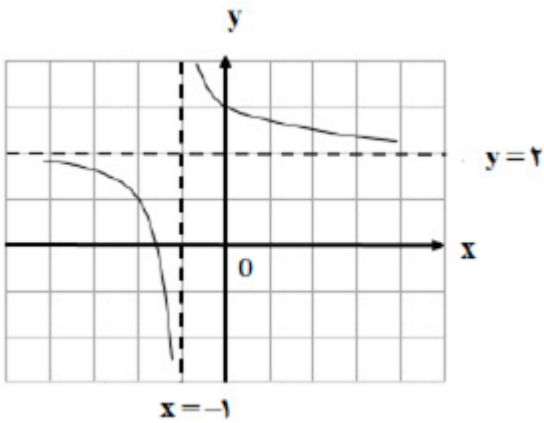
ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 2}{5 - x}$

الف) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\operatorname{Sin} 5x + [-x]}{2x}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰



۲۰ اگر نمودار تابع $f(x) = \frac{(a+1)x+7}{2x+b}$ به صورت مقابل باشد، آن‌گاه مقدار $a+b$ را پیدا کنید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۲۱ حدهای زیر را محاسبه کنید. ([] نماد جزء صحیح است.)

الف)
$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{[x] + 1}{x + 1}$$

ب)
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x - x^2}{2x^2 + 2}$$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۲۲ جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.

حاصل حد $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+5}{x-2}$ برابر با است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸

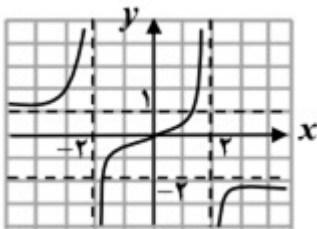
۲۳ حاصل حدهای زیر را به دست آورید.

الف)
$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{[x] - 2}{3 - x}$$

ب)
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+1}{x-5} - \frac{2}{x}$$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۸

۲۴ با توجه به نمودار تابع f که در زیر آمده است، مجانب‌های افقی تابع را بنویسید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸

۲۵ کدامیک از خطوط $x = 3$ و $x = -1$ مجانب قائم تابع $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 2x - 3}$ می‌باشد؟ دلیل ارائه کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸



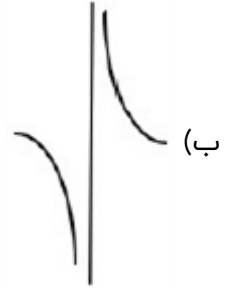
پاسخنامه تشریحی

الف) خط $x = 1$ مجانب قائم است زیرا: ۱

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2}{0^-} = -\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{x^2} = 1$$

پس خط $y = 1$ مجانب افقی است.



الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 2}{x^2 - 2x + 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$ ۲

ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin^2 x + x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin^2 x}{x^2} + \frac{1}{x} = 1 + \frac{1}{0^-} = 1 - \infty = -\infty$

الف) $\frac{2(-2) + 1}{|2^- - 2|} = \frac{-3}{0^+} = -\infty$ ۳

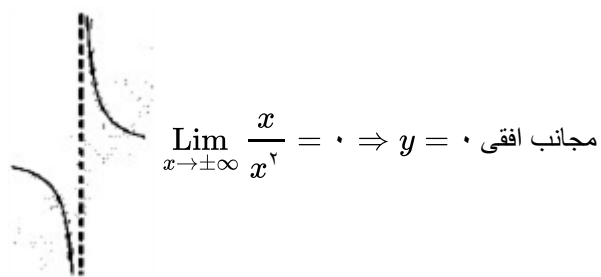
ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2}{-x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{-x^2} = 0$

در تابع $f(x) = \frac{(x - 3)}{(x - 3)(x + 3)}$ ، خط $x = 3$ شرایط مجانب قائم را ندارد. $\left(\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \frac{1}{6}\right)$ ۴

$$\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

\Rightarrow مجانب قائم منحنی تابع f است $x = -3$

$$\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = \frac{1}{0^+} = +\infty$$



الف) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x + 1}{(x - 3)^2} = \frac{4}{0^+} = +\infty$ ۵

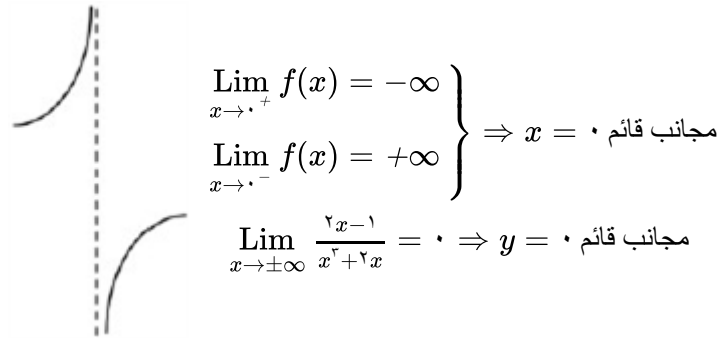
ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{-x^2(-x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x^3} = 0$

الف) $-\frac{1}{2}$

ب) $\frac{1}{(\cdot)^-} = -\infty$

ب) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x + 2}{\sqrt{x} + 1} \times \frac{\sqrt{x^2} - \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x^2} - \sqrt{x} + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x-1)(x+2)(\sqrt{x^2} - \sqrt{x} + 1)}{(x+1)} = 2$

صفر (یا ۰) ۷



الف) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[2x] - 1}{x - 1} = \frac{1}{\cdot^+} = +\infty$

ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 3x}{1 - x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{-x^2} = -2$

ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^2 + 2x + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -2x^2 = +\infty$

الف) $\lim_{x \rightarrow (-5)^-} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 10x + 25} = \lim_{x \rightarrow -5^-} \frac{(x+5)(x-3)}{(x+5)(x+5)} = \frac{-8}{\cdot^-} = +\infty$

ب) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x + 4}{-2x^2 + 5} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{-2x^2} = -\frac{1}{2}$

$cx + d = \cdot \Rightarrow d = -2c$

$(-1, \cdot) \Rightarrow \frac{-a + b}{-c + d} = \cdot \Rightarrow a = b$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax}{cx} = 1 \Rightarrow a = c$

$f(x) = \frac{x + 1}{x - 2}$

۱۲ خیر - زیرا تابع $f(x) = \frac{1}{[x] - 1}$ در همسایگی راست $x = 1$ تعریف نشده است.



$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} = 2$$

١٣

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-2}{|\sin x|} = \frac{-2}{0^+} = -\infty$$

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^3 + 4x^2}{x^3 - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^2}{x^3} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ax-3}{(2-x)^2} = \frac{2a-3}{0^-} = +\infty \Rightarrow 2a-3 < 0 \Rightarrow a < \frac{3}{2}$$

١٤

١٥ درست (٠/٢٥)

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)} = 2$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow \Delta} \frac{1}{(x-\Delta)^4} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3-[x]}{x-3} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\text{د) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^2 + 7x - 9}{2x^2 - 4x^3 + x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^2}{2x^2} = -3$$

الف) -٣ ب) $+\infty$

١٧

$$\text{الف) } \frac{1-2}{2^- - 2^-} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

١٨

$$\text{ب) } \frac{2}{\text{tg}\left(\frac{\pi}{2}\right)^+} = \frac{2}{-\infty} = 0$$

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2}{4x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{4} = +\infty$$

$$\text{الف) } \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

١٩

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{-x} = +\infty$$

$$2x + b = 0 \Rightarrow x = \frac{-b}{2} \Rightarrow \frac{-b}{2} = -1 \Rightarrow b = 2$$

٢٠

$$\frac{a+1}{2} = 2 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow a + b = 5$$



$$\text{الف) } \frac{-1}{\cdot-} = +\infty$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2}{3x^2} = -\frac{1}{3}$$

۲۱

۳ (۰/۲۵) ۲۲

$$\text{الف) } \frac{[3^+] - 2}{3 - 3^+} = \frac{3 - 2}{\cdot-} = \frac{1}{\cdot-} = -\infty$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{x} - 0 = 2 - 0 = 2$$

۲۳

$$y = 1(0/25), y = -2(0/25)$$

۲۴

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 2x - 3} = \infty(0/25)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 2x - 3} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)(x-1)(0/25)}{(x-3)(x+1)(0/25)}(0/25) = \frac{1}{2}(0/25)$$

۲۵

خط $x = -1$ مجانب قائم منحنی f است (۰/۲۵) ولی $x = 3$ مجانب قائم برای تابع f نیست. (۰/۲۵)



