نام و نام خانوادگی :

پایه تحصیلی :

نام دبیر : تاریخ برگزاری ۱۴۰۵/۰۲/۱۴

عنوان آزمون : هندسه۳-تشریحی-فصل۳-۱از۲

۱) برای هر دو بردار غیرصفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ثابت کنید: $\left|\vec{a}\,.\,\vec{b}\right| \le \left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|$. (منظور از $\left|\vec{a}\,.\,\vec{b}\right|$ قدرمطلق مقدار $\vec{a}\,.\,\vec{b}$ می‌باشد.)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه۱۴۰۳

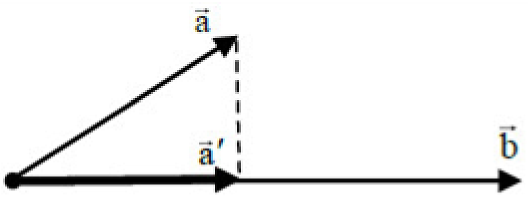
۲) اگر مساحت متوازی‌الاضلاعی که توسط بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ساخته می‌شود $۶\sqrt{۳}$ باشد و $|\vec{a}| = ۴$، $|\vec{b}| = ۳$، حاصل $\vec{a}\,.\,(\vec{a} - \vec{b})$ را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۳

۳) اگر $\vec{a} = -\vec{i} - \sqrt{۳}\,\vec{k}$ و $\vec{b} = (\sqrt{۳}, ۲, ۱)$ باشد. تصویر قائم بردار $\vec{b}$ بر $\vec{a}$ و اندازه بردار تصویر را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۳

۴) نشان دهید: تصویر قائم بردار $\vec{a}$ روی بردار $\vec{b}$ برابر $\vec{a}\,' = \dfrac{\vec{a}\,.\,\vec{b}}{\left|\vec{b}\right|^{۲}}\,\vec{b}$ است.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۲

۵) بردارهای $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j}$، $\vec{b} = (۰, ۱, ۱)$ و $\vec{c} = \vec{i} + \vec{k}$ بر سه یال یک متوازی‌السطوح منطبق هستند. اگر قاعده این متوازی‌السطوح توسط بردارهای $\vec{b}$ و $\vec{c}$ تولید شود، اندازه ارتفاع وارد بر این وجه را محاسبه کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۲

۶) شکل کلی (نمودار) مربوط به روابط $y < -x^{۲} + ۱, -۲ < y \le -۱$ را در فضای دو بعدی رسم کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۷) ثابت کنید اگر دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ در یک راستا باشند، آنگاه تصویر قائم $\vec{a}$ بر امتداد $\vec{b}$، برابر خود $\vec{a}$ می‌شود.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

٪حروفچینی ریاضی: ۱۰۰

۸) اگر زاویه بین دو بردار $\vec{a}=(2,-1,n)$ و $\vec{b}=(1,0,-1)$ برابر با ۱۳۵ درجه باشد، مقدار n را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۹) شکل کلی (نمودار) مربوط به رابطه $x^2 \leq y \leq 2$ را رسم کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۱۰) بردارهای $\vec{a}=(-2,0,2)$ و $\vec{b}=2\vec{j}+2\vec{k}$ را درنظر بگیرید.

الف) زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را به دست آورید.

ب) تصویر قائم بردار $\vec{a}+\vec{b}$ را بر امتداد بردار $\vec{b}$ به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۹۹

۱۱) اگر طول بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ به ترتیب ۴ و ۶ و $\vec{a}\cdot\vec{b}=12$ باشد، مساحت مثلث بنا شده توسط دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را به‌دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸

۱۲) حاصل هر کدام از عبارات گروه A را از گروه B انتخاب کنید. (دو مورد از گروه B اضافی است)

گروه A			گروه B			
	ب) $(\vec{k}\cdot\vec{k})\vec{i}$		$\vec{O}$	$\vec{j}$	$\vec{k}$	$\vec{i}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۳

۱۳) جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

الف) در ماتریس قطری $A=\begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 2k-1 & 2 \end{bmatrix}$، مقدار k برابر .... است.

ب) هرگاه صفحه‌ای شامل محور یک سطح مخروطی، آن را برش دهد، فصل مشترک حاصل .... است.

پ) حجم متوازی‌السطوحی که روی بردارهای واحد $\vec{i}$ و $\vec{j}$ و $\vec{k}$ بنا می‌شود، برابر .... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه۱۴۰۲

۱۴) درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

حاصل عبارت $\vec{i}\,.\,(\vec{i}\times\vec{j})$ برابر صفر است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه۱۴۰۲

۱۵) سه بردار $\vec{a}=2\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k}$ و $\vec{b}=\vec{i}+\vec{k}$ و $\vec{c}=(0,2,1)$ را درنظر بگیرید:

الف) طول بردار $2\vec{b}-\vec{c}$ را به دست آورید.

ب) مساحت متوازی‌الاضلاع که روی دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}+\vec{c}$ ایجاد می‌شود را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۱۶) حجم متوازی‌السطوحی را به دست آورید که توسط سه بردار $\vec{a}=(1,0,-1)$ و $\vec{b}=(0,2,2)$ و $\vec{c}=(2,-3,0)$ تولید می‌شود.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۱۷ دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ مفروض‌اند به طوری‌که $\left|\vec{a}\right| = ۶$ و $\left|\vec{b}\right| = ۴$ و زاویه بین آن‌ها ۳۰ درجه است. مقدار عبارت $\left|۲\vec{a} \times \vec{b}\right|$ را محاسبه کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۱۸ بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ مفروض‌اند به طوری‌که $\vec{a} = ۳$ و $\vec{b} = ۲۶$ و $\left|\vec{a} \times \vec{b}\right| = ۷۲$. اگر زاویه بین بردارها کم‌تر از قائمه باشد، مقدار $\vec{a} . \vec{b}$ را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۱۹ جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

الف) ماتریس مربعی که همه درایه‌های غیر واقع بر قطراصلی آن صفر باشند را ماتریس .... گویند.

ب) مکان هندسی، مجموعه‌ی نقاطی از صفحه (یا فضا) است که همه‌ی آن‌ها یک ویژگی .... داشته باشند و همچنین هر نقطه که آن ویژگی را داشته باشد عضو این مجموعه باشد.

پ) در حالتی که $\frac{c}{a} = ۱$ بیضی به یک .... تبدیل می‌شود.

ت) بردار $\vec{a} = ۲\vec{j} - \vec{k}$ در فضا سه بعدی بر صفحه‌ی مختصات سه بعدی .... منطبق است.

(xoz, yoz, xoy)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۲۰ ثابت کنید: دو بردار غیرصفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ با هم موازی هستند، اگر و فقط اگر $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{o}$.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۲۱ درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) اگر A و B دو ماتریس هم مرتبه و r یک عدد حقیقی دلخواه و مخالف صفر باشد، و $\mathrm{rA} = \mathrm{rB}$ آن‌گاه داریم: $A = B$.

ب) مکان هندسی مرکزهای همه‌ی دایره‌هایی در صفحه که بر خط d در نقطه‌ی ثابت A مماس‌اند، یک نیم‌خط عمود بر خط d در نقطه‌ی A است.

پ) در یک سهمی، هر شعاع نوری که موازی با محور سهمی به بدنه سهمی بتابد، بازتاب آن از کانون سهمی خواهد گذشت.

ت) اگر زاویه بین دو بردار مخالف صفر، منفرجه باشد، آن‌گاه ضرب داخلی آن‌ها یک عدد حقیقی مثبت است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۲۲ درستی و نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

برای بردار غیر صفر $\vec{a}$ در $R^۳$ داریم: $\vec{a} \times \vec{a} = \vec{o}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور۹۸

۲۳ سه بردار $\vec{a} = (۲, ۳, ۱)$ و $\vec{b} = (-۱, ۱, ۰)$ و $\vec{c} = (۲, ۱, -۲)$ مفروض‌اند.

الف) برداری عمود بر دو بردار $\vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{c}$ را به دست آورید.

ب) حجم متوازی‌السطوحی که توسط سه بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{c}$ تولید می‌شود را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور۹۸

۲۴ ثابت کنید اگر دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ در یک راستا باشند آن‌گاه تصویر قائم $\vec{a}$ بر امتداد $\vec{b}$، برابر خود $\vec{a}$ می‌شود.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور۹۸

پاسخنامه تشریحی

۱ روش اول: فرض می‌کنیم θ زاویه بین دو بردار غیرصفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ باشد، در این صورت:

$$\vec{a}.\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\text{Cos}\theta \Rightarrow |\vec{a}.\vec{b}| = |\vec{a}||\vec{b}|\text{Cos}\theta \overbrace{\quad\leq\quad}^{|\text{Cos}\theta| \leq ۱} |\vec{a}||\vec{b}|$$

روش دوم: فرض می‌کنیم $\vec{a} = (a_۱, a_۲, a_۳), \vec{b} = (b_۱, b_۲, b_۳)$ در این صورت:

$$\left|\vec{a}.\vec{b}\right| \leq \left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right| \Leftrightarrow \left|\vec{a}.\vec{b}\right|^۲ \leq \left|\vec{a}\right|^۲\left|\vec{b}\right|^۲ \Leftrightarrow$$

$$(a_۱b_۱ + a_۲b_۲ + a_۳b_۳)^۲ \leq \left(a_۱^۲ + a_۲^۲ + a_۳^۲\right)\left(b_۱^۲ + b_۲^۲ + b_۳^۲\right) \Leftrightarrow$$

$$a_۱^۲b_۱^۲ + a_۲^۲b_۲^۲ + a_۳^۲b_۳^۲ + ۲a_۱b_۱a_۲b_۲ + ۲a_۱b_۱a_۳b_۳ + ۲a_۲b_۲a_۳b_۳ \leq$$

$$a_۱^۲b_۱^۲ + a_۱^۲b_۲^۲ + a_۱^۲b_۳^۲ + a_۲^۲b_۱^۲ + a_۲^۲b_۲^۲ + a_۲^۲b_۳^۲ + a_۳^۲b_۱^۲ + a_۳^۲b_۲^۲ + a_۳^۲b_۳^۲ \Leftrightarrow$$

$$۰ \leq a_۱^۲b_۲^۲ - ۲a_۱b_۱a_۲b_۲ + a_۲^۲b_۱^۲ + a_۱^۲b_۳^۲ - ۲a_۱b_۱a_۳b_۳ + a_۳^۲b_۱^۲ + a_۲^۲b_۳^۲ - ۲a_۲b_۲a_۳b_۳ + a_۳^۲b_۲^۲$$

$$\Leftrightarrow ۰ \leq (a_۱b_۲ - a_۲b_۱)^۲ + (a_۱b_۳ - a_۳b_۱)^۲ + (a_۲b_۳ - a_۳b_۲)^۲$$

چون رابطه اخیر همواره درست بوده و روابط بالا بازگشت‌پذیرند پس حکم همواره برقرار است.

۲

$$\left|\vec{a} \times \vec{b}\right| = ۶\sqrt{۳}, \text{Sin}\,\theta = \frac{۶\sqrt{۳}}{۴ \times ۳} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow \text{Cos}\,\theta = \pm\frac{۱}{۲}$$

$$\vec{a}.(\vec{a} - \vec{b}) = \left|\vec{a}\right|^۲ - \vec{a}.\vec{b} = ۴^۲ - ۴ \times ۳ \times \left(\pm\frac{۱}{۲}\right) = ۱۶ \pm ۶ \Rightarrow \begin{cases} a.(a-b) = ۱۰ \\ a.(۱-b) = ۲۲ \end{cases}$$

۳

$$\vec{a} = (-۱, ۰, -\sqrt{۳})$$

$$\vec{b}\,' = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|^۲}\vec{a} = \frac{-۲\sqrt{۳}}{۴}(-۱, ۰, -\sqrt{۳}) = \left(\frac{\sqrt{۳}}{۲}, ۰, \frac{۳}{۲}\right), \left|\vec{b}'\right| = \sqrt{۳}$$

۴ روش اول: بردار $\vec{a}\,'$ با بردار $\vec{b}$ موازی است، $\vec{a}\,' = k\vec{b} \Rightarrow \vec{b} \,||\, \vec{a}\,'$. (ص ۷۹)

$$(\vec{a} - \vec{a}\,') \perp \vec{b} \Rightarrow (\vec{a} - \vec{a}\,').\vec{b} = ۰ \Rightarrow \vec{a}.\vec{b} - (k\vec{a}).\vec{b} = ۰ \Rightarrow k = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{b}\right|^{۲}}$$

$$\Rightarrow \vec{a}\,' = k\vec{b} = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{b}\right|^{۲}}\vec{b}$$

روش دوم: در مثلث قائم‌الزاویه، زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را θ می‌نامیم

$$\operatorname{Cos}\theta = \frac{\left|\vec{a}\,'\right|}{\left|\vec{a}\right|} \Rightarrow \left|\vec{a}\,'\right| = \left|\vec{a}\right|\operatorname{Cos}\theta$$

$$\vec{a}\,' = k\vec{b} \Rightarrow \left|\vec{a}\,'\right| = k\left|\vec{b}\right| \Rightarrow k = \frac{\left|\vec{a}\,'\right|}{\left|\vec{b}\right|} = \frac{\left|\vec{a}\right|\operatorname{Cos}\theta}{\left|\vec{b}\right|} = \frac{\left|\vec{b}\right|\left|\vec{a}\right|\operatorname{Cos}\theta}{\left|\vec{b}\right|^{۲}} = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{b}\right|^{۲}}$$

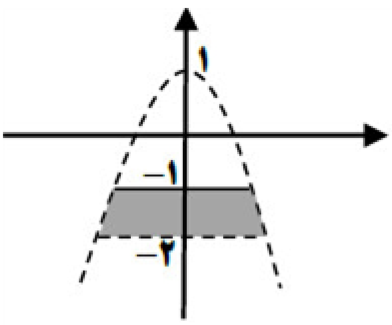
$$\xrightarrow{\vec{a}\,'=k\vec{b}} \vec{a}\,' = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{b}\right|^{۲}}\vec{b}$$

۵ حجم متوازی‌السطوح برابر با حاصل‌ضرب ارتفاع در مساحت قاعده است. (ص ۸۳)

حجم متوازی‌السطوح برابر $۲ = \left|(۱,۱,۰).(۱,۱,-۱)\right| = \left|\vec{a}.(\vec{b}\times\vec{c})\right|$ است.

مساحت قاعده این متوازی‌السطوح که توسط بردارهای $\vec{b}$ و $\vec{c}$ تولید می‌شود برابر با: $\sqrt{۳} = \left|\vec{b}\times\vec{c}\right|$ است.

در نتیجه: $$h = \frac{\left|\vec{a}.(\vec{b}\times\vec{c})\right|}{\left|\vec{b}\times\vec{c}\right|} = \frac{۲}{\sqrt{۳}}$$

۶ 

(ص ۶۳)

۷ $\vec{a} = r\vec{b}$

$$\vec{a}\,' = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{b}\right|^{۲}}\vec{b} = \frac{(r\vec{b}).\vec{b}}{\left|\vec{b}\right|^{۲}}\vec{b} = \frac{r\left|\vec{b}\right|^{۲}}{\left|\vec{b}\right|^{۲}}\vec{b} = r\vec{b} = \vec{a}$$ (ص ۸۰)

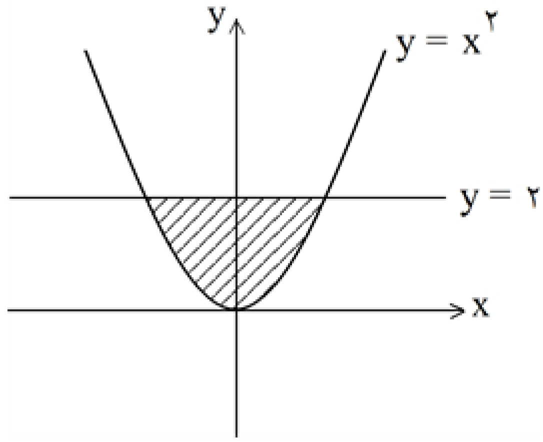
۸

$$\mathrm{Cos}\,\theta = \frac{\vec{a}\,.\,\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|} \Rightarrow -\frac{\sqrt{۲}}{۲} = \frac{۲-n}{\sqrt{۲}\times\sqrt{۴+۱+n^۲}} \Rightarrow \frac{n-۲}{\sqrt{n^۲+۵}} = ۱$$

$n^۲+۵ = n^۲-۴n+۴ \Rightarrow n = -\frac{۱}{۴}$ (ص ۷۸)

۹ رسم نمودار (ص ۵۵)

$y=x^۲$ نمودار یک سهمی است و $y \geq x^۲$ داخل این سهمی است و $y \leq ۲$ نقاط زیر خط $y=۲$ هستند، پس $x^۲ \leq y \leq ۲$ ناحیه هاشورخورده می‌باشد.



۱۰

الف) $\vec{a}\,.\,\vec{b} = (-۲,۰,۲).(۰,۲,۲) = ۴ \qquad |\vec{a}| = |\vec{b}| = ۲\sqrt{۲}$

$$\mathrm{Cos}\,\theta = \frac{\vec{a}\,.\,\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \theta = ۶۰^\circ$$

$\vec{a}+\vec{b} = (-۲,۰,۲)+(۰,۲,۲) = (-۲,۲,۴)$

ب) $$(\vec{a}+\vec{b})' = \frac{(\vec{a}+\vec{b}).\,\vec{b}}{|\vec{b}|^۲}b = \frac{۱۲}{۸}(۰,۲,۲) = (۰,۳,۳)$$

۱۱ روش اول:

$$\text{Cos}\,\theta = \frac{\vec{a}\,.\,\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|} = \frac{۱۲}{۴\times۶} = \frac{۱}{۲}\,(۰/۲۵) \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{۳}\,(۰/۲۵)$$

$$S_{\text{مثلث}} = \underbrace{\frac{۱}{۲}|\vec{a}\times\vec{b}| = \frac{۱}{۲}|\vec{a}||\vec{b}|\,\text{Sin}\,\theta}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{\frac{۱}{۲}\times ۴\times ۶\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}}_{(۰/۲۵)} = ۶\sqrt{۳}\ (۰/۲۵)$$

روش دوم:

$$|\vec{a}\times\vec{b}|^{۲} + (\vec{a}\vec{b})^{۲} = |\vec{a}|^{۲}\,|\vec{b}|^{۲}\ (۰/۲۵) \rightarrow \underbrace{|\vec{a}\times\vec{b}|^{۲} + (۱۲)^{۲} = (۴)^{۲}\,(۶)^{۲}}_{(۰/۵)}$$

$$\rightarrow |\vec{a}\times\vec{b}| = ۱۲\sqrt{۳}(۰/۲۵)$$

مساحت مثلث برابر است با:

$$S = \frac{۱}{۲}|\vec{a}\times\vec{b}| = ۶\sqrt{۳}(۰/۲۵)$$

۱۲ الف) $\vec{k}$ ب) $\vec{i}$

۱۳ الف) $k = \frac{۱}{۲}$ (ص ۱۲)

ب) دو خط متقاطع (ص ۳۹)

پ) یک (ص ۸۲ و ۸۳)

۱۴ درست (ص ۸۱)

۱۵ الف) $۲\vec{b} = (۲,۰,۲), |۲\vec{b} - \vec{c}| = |(۲,-۲,۱)| = ۳$ (ص ۷۶)

ب) $\vec{b} + \vec{c} = (۱,۲,۲)$ (ص ۸۱)

$$S = |\vec{a}\times(\vec{b}+\vec{c})| = |(۸,-۵,۱)| = ۳\sqrt{۱۰}$$

۱۶ $(\vec{b}\times\vec{c}) = (۶,۴,-۴)$ (ص ۸۳)

$$v = |\vec{a}\,.\,(\vec{b}\times\vec{c})| = |(۱,۰,۱).(۶,۴,-۴)| = ۱۰$$

اگر دانش‌آموز به صورت زیر حل کند نمره کامل داده شود:

$$v = |\vec{a}\,.\,(\vec{b}\times\vec{c})| = \left\|\begin{vmatrix} ۱ & ۰ & -۱ \\ ۰ & ۲ & ۲ \\ ۲ & -۳ & ۰ \end{vmatrix}\right\| = ۱۰$$

۱۷ $|۲\vec{a}\times\vec{b}| = |۲\vec{a}||\vec{b}|\,\text{Sin}\,۳۰^\circ = ۲(۶)(۴)\left(\frac{۱}{۲}\right) = ۲۴$ (ص ۸۱)

۱۸

$$\left|\vec{a}\times\vec{b}\right| = \left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right| \operatorname{Sin}\theta \Rightarrow ۷۲ = ۳(۲۶)\operatorname{Sin}\theta \Rightarrow \operatorname{Sin}\theta = \frac{۱۲}{۱۳}$$

$$\operatorname{Cos}\theta = \frac{۵}{۱۳} \Rightarrow \vec{a}\,.\,\vec{b} = \left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right| \operatorname{Cos}\theta = ۳(۲۶)\frac{۵}{۱۳} = ۳۰$$

۱۹ الف) قطری (ص ۱۲) ب) مشترک (ص ۳۶) پ) پاره‌خط (ص ۴۹) ت) yoz (ص ۷۳)

۲۰

$$\vec{a}\times\vec{b} = \vec{o} \Leftrightarrow \left|\vec{a}\times\vec{b}\right| = \left|\vec{o}\right| \Leftrightarrow \left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right| \times \operatorname{Sin}\theta = ۰ \xrightarrow{\left|\vec{a}\right|\neq ۰\,,\,\left|\vec{b}\right|\neq ۰}$$

$$\operatorname{Sin}\theta = ۰ \Leftrightarrow \theta = ۰ \text{ یا } \theta = \pi \Leftrightarrow \vec{a} \,||\, \vec{b}$$

۲۱ الف) درست ب) نادرست پ) درست ت) نادرست

۲۲ درست

۲۳ الف) برداری عمود بر دو بردار $\vec{a}+\vec{b}$ و $\vec{c}$ برابر است با:

$$(\vec{a}+\vec{b})\times\vec{c} = (۱,۴,۱)\times(۲,۱,-۲) = (-۹,۴,-۷)$$

ب) حجم متوازی‌السطوح تولید شده توسط سه بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{c}$ برابر است با:

$$\text{حجم} = \left|(\vec{a}\,.\,(\vec{b}\times\vec{c}))\right| = |(۲,۳,۱).(-۲,-۲,-۳)| = |-۱۳| = ۱۳$$

۲۴

$$\vec{a} = r\,\vec{b}$$

$$\vec{a}\,' = \frac{\vec{a}\,.\,\vec{b}}{\left|\vec{b}\right|^{۲}}\vec{b} = \frac{(r\,\vec{b}).\,\vec{b}}{\left|\vec{b}\right|^{۲}}\vec{b} = \frac{r\left|\vec{b}\right|^{۲}}{\left|\vec{b}\right|^{۲}}\vec{b} = r\,\vec{b} = \vec{a}$$