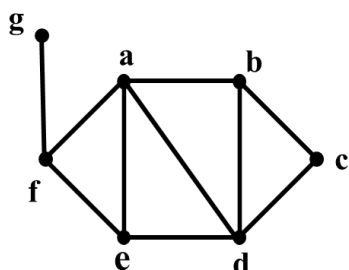


سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۸ صبح	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۲۱	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲			

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
------	-------------------------------------------------------------------------------------	------

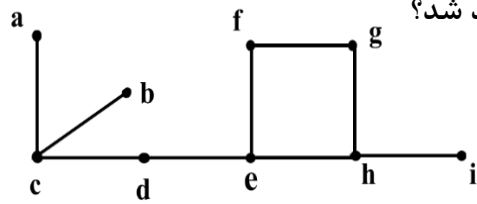
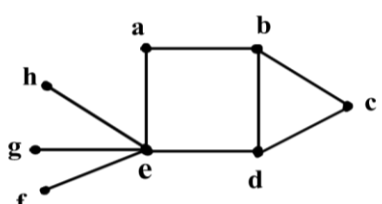
۱	درست یا نادرست بودن عبارات زیر را مشخص کنید. الف) حاصل ضرب هر عدد گویای ناصفر در یک عدد گنگ، عددی گنگ است. ب) حاصل $(3m+2, 3m+1)$ برابر ۱ می باشد. ج) تعداد رئوس فرد هر گراف، عددی فرد است. د) عدد احاطه‌گری P_1 برابر عدد ۳ است.	۱
۲	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) در یک گراف از مرتبه p ، اگر $\chi(G) = 1$ باشد، در این صورت حداقل تعداد یالها برابر است. ب) در یک مربع لاتین چرخشی 4×4 مجموع درایه های روی قطر اصلی برابر است. ج) تعداد توابع یک به یک از یک مجموعه ۳ عضوی به یک مجموعه ۵ عضوی برابر است.	۱/۵
۳	اگر x, y و z سه عدد حقیقی باشند، ثابت کنید: $x^2 + y^2 + 1 \geq 2xy - z^2$	۰/۷۵
۴	اگر $a 2m+3$ و $a m+7$ در این صورت چند مقدار صحیح و نامنفی برای a وجود دارد؟	۱
۵	باقی مانده تقسیم a بر دو عدد ۴ و ۵ به ترتیب برابر ۳ و ۴ می باشد، باقی مانده تقسیم a بر ۲۰ را محاسبه کنید. (با راه حل)	۱/۵
۶	در معادله سیاله $15x + 19y = 7$ ، بزرگترین عدد ۲ رقمی طبیعی که می توان برای x در نظر گرفت چه مقداری می باشد؟ (با راه حل)	۱/۲۵
۷	به گراف ۸ رأسی ۳-منتظم چند یال اضافه کنیم تا تبدیل به گراف کامل شود؟ (با راه حل)	۱
۸	گراف G به صورت زیر رسم شده است. با توجه به این گراف به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) مجموعه $N_G(g)$ را بنویسید. ب) یک دور به طول ۵ با شروع از رأس a بنویسید. ج) درجه رأس c در گراف \overline{G} (مکمل گراف G) را مشخص کنید.	۰/۷۵



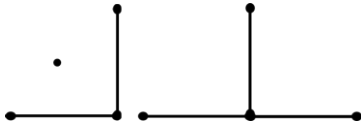
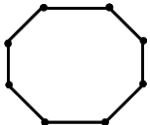
«بقیه سوالات در صفحه دوم»

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۸ صبح	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۲۱	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲			

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
------	--------------------------------------------------------------------------------------	------

۹	گراف زیر را در نظر بگیرید. الف) یک مجموعه احاطه گر غیر مینیمال با ۴ عضو بنویسید. ب) یک مجموعه احاطه گر مینیمال با ۴ عضو بنویسید. ج) با اضافه کردن چه یالی به گراف، عدد احاطه گری گراف ۲ خواهد شد؟	۱/۵
		
۱۰	الف) یک گراف ۸ رأسی (همبند یا ناهمبند) با عدد احاطه گری ۳ رسم کنید که <u>یک</u> مجموعه احاطه گر یکتا با اندازه ۳ داشته باشد. ب) یک گراف ۸ رأسی (همبند یا ناهمبند) با عدد احاطه گری ۳ رسم کنید که <u>بیش از یک</u> مجموعه احاطه گر با اندازه ۳ داشته باشد.	۱
۱۱	الف) عدد احاطه گری گراف مقابل را با ارائه راه حل، تعیین کنید. ب) این گراف چند γ -مجموعه دارد؟	۱/۷۵
		
۱۲	اگر داشته باشیم $A = \{7, 8, 9\}$ و $B = \{a, b, c, d, e, f\}$ در این صورت چند کد با شش کارکتر متمایز می توان نوشت که هر یک شامل دو رقم از A و چهار حرف از B باشد؟	۰/۷۵
۱۳	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 10$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد؟	۱/۷۵
۱۴	قرار است ۳ راننده با ۳ نوع ماشین در ۳ مسیر متفاوت در ۳ روز اول هفته رانندگی کنند به گونه ای که هر راننده با هر نوع ماشین، هر مسیری را دقیقاً یکبار طی کرده باشد و نیز هر ماشین، هر یک از مسیرها را دقیقاً یک بار طی کند. برای این مسأله برنامه ریزی کنید.	۱/۵
۱۵	چند رمز ۴ رقمی با ارقام ۱ تا ۵ می توان نوشت به طوری که هر رمز، حداقل یک رقم ۳ و یک رقم ۲ را شامل باشد؟ (نیاز به محاسبه پاسخ نهایی نمی باشد)	۱/۵
۱۶	حداقل افراد شرکت کننده در یک همایش چند نفر باشند، تا با اطمینان بتوان گفت که ۵ نفر از آن ها در یک ماه متولد شده اند و رقم یکان کد ملی آنها زوج است.	۱/۵
۲۰	جمع نمره	" موفق باشید "

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۲۱		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۲			

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
۱	(الف) درست (۰/۲۵) (صفحه ۵) (ب) درست (۰/۲۵) (صفحه ۱۷) (ج) نادرست (۰/۲۵) (صفحه ۴۰) (د) نادرست (۰/۲۵) (صفحه ۵۳)	۱
۱/۵	(الف) $p-1$ (۰/۵) (صفحه ۵۳) (ب) ۴ (۰/۵) (صفحه ۶۳) (ج) $\frac{5!}{2!} = 60$ (۰/۵) (صفحه ۷۸)	۲
۰/۷۵	(صفحه ۸) (۰/۲۵) همواره بدیهی است $x^2 + y^2 + 1 \geq 2xy - z^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2xy + z^2 + 1 \geq 0 \Leftrightarrow \underbrace{(x-y)^2}_{(۰/۲۵)} + \underbrace{z^2 + 1}_{(۰/۲۵)} \geq 0$	۳
۱	(صفحه ۱۱) $\begin{cases} a 2m+3 \\ a m+7 \end{cases} \xrightarrow[\cdot(۰/۲۵)]{\times 2} \begin{cases} a 2m+3 \\ a 2m+14 \end{cases} \xrightarrow{(۰/۲۵)} a 11 \rightarrow a=1, a=11 \quad (۰/۵)$	۴
۱/۵	(صفحه ۱۶) $\begin{cases} a = 5q_1 + 4 \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{\times 4} 4a = 20q_1 + 16 \quad (۰/۲۵) \\ a = 4q_2 + 3 \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{\times 5} 5a = 20q_2 + 15 \quad (۰/۲۵) \end{cases}$ $\xrightarrow{-} a = 20q' - 1 \quad (۰/۲۵) \rightarrow a = 20q'' + 19 \quad (۰/۲۵)$	۵
۱/۲۵	(صفحه ۲۸) $15x \equiv 7 \pmod{19} \xrightarrow{\cdot 19} 15x \equiv 45 \pmod{19} \xrightarrow{(15,19)=1} x \equiv 3 \pmod{19}$ $\rightarrow x = 19k + 3 \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{k=5} x = 98 \quad (۰/۲۵)$	۶
۱	(صفحه ۴۰) $\begin{cases} q = \frac{kn}{2} \rightarrow q = \frac{8 \times 3}{2} = 12 \quad (۰/۲۵) \\ q = \frac{n(n-1)}{2} \rightarrow q = \frac{8 \times 7}{2} = 28 \quad (۰/۲۵) \end{cases} \rightarrow 28 - 12 = 16 \quad (۰/۵)$	۷
۰/۷۵	(الف) $\{f\}$ (۰/۲۵) (ب) $abdefa$ یا $abcdea$ (۰/۲۵) (ج) ۴ (۰/۲۵) (صفحه ۴۱)	۸
۱/۵	(الف) $\{c, e, h, f\}$ (۰/۵) (ب) $\{c, g, i, e\}$ (۰/۵) (ج) fh (۰/۵) (صفحه ۴۷) در قسمت الف و ب به مجموعه های درست دیگر نمره تعلق بگیرد.	۹
۱	(الف)  (۰/۵) (ب)  (۰/۵) در قسمت الف و ب برای شکل های درست دیگر نمره تعلق بگیرد. (صفحه ۵۳)	۱۰

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۲۱		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۲			

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف																																																
۱/۷۵	الف) می دانیم $\left[\frac{n}{\Delta+1} \right] \leq \gamma(G)$ پس داریم $\left[\frac{8}{5+1} \right] \leq \gamma(G)$ در نتیجه $2 \leq \gamma(G)$ (۰/۲۵) از طرفی مجموعه ای مانند $\{e, c\}$ (هر کدام از مجموعه های $\{e, b\}$ یا $\{e, d\}$ اگر نوشته شد نیز مورد قبول است) یک مجموعه احاطه گر برای گراف (G) می باشد پس $\gamma(G) \leq 2$ (۰/۵) بنابراین $\gamma(G) = 2$ (۰/۲۵) (فعالیت صفحه ۵۰)	۱۱																																																
۰/۷۵	$\binom{3}{2} \times \binom{6}{4} \times 6!$ (۰/۷۵)	۱۲																																																
۱/۷۵	$\begin{cases} x_f = 0 \xrightarrow{(0/25)} x_1 + x_r + x_p = 10 \xrightarrow{(0/25)} \binom{12}{2} = 66 \quad (0/25) \\ x_f = 1 \xrightarrow{(0/25)} x_1 + x_r + x_p = 8 \xrightarrow{(0/25)} \binom{10}{2} = 45 \quad (0/25) \end{cases}$ $\rightarrow 66 + 45 = 111$ (۰/۲۵)	۱۳																																																
۱/۵	<table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <thead> <tr><th></th><th>a</th><th>b</th><th>c</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>شنبه</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>یکشنبه</td><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>دوشنبه</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> </tbody> </table> و <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <thead> <tr><th></th><th>a</th><th>b</th><th>c</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>شنبه</td><td>۱</td><td>۳</td><td>۲</td></tr> <tr><td>یکشنبه</td><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr> <tr><td>دوشنبه</td><td>۲</td><td>۱</td><td>۳</td></tr> </tbody> </table> \rightarrow <table border="1" style="display: inline-table;"> <thead> <tr><th></th><th>a</th><th>b</th><th>c</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>شنبه</td><td>۱۱</td><td>۲۳</td><td>۲۲</td></tr> <tr><td>یکشنبه</td><td>۳۳</td><td>۱۲</td><td>۲۱</td></tr> <tr><td>دوشنبه</td><td>۲۲</td><td>۳۱</td><td>۱۳</td></tr> </tbody> </table> (۰/۵) (۰/۵) (۰/۵)		a	b	c	شنبه	۱	۲	۳	یکشنبه	۳	۱	۲	دوشنبه	۲	۳	۱		a	b	c	شنبه	۱	۳	۲	یکشنبه	۳	۲	۱	دوشنبه	۲	۱	۳		a	b	c	شنبه	۱۱	۲۳	۲۲	یکشنبه	۳۳	۱۲	۲۱	دوشنبه	۲۲	۳۱	۱۳	۱۴
	a	b	c																																															
شنبه	۱	۲	۳																																															
یکشنبه	۳	۱	۲																																															
دوشنبه	۲	۳	۱																																															
	a	b	c																																															
شنبه	۱	۳	۲																																															
یکشنبه	۳	۲	۱																																															
دوشنبه	۲	۱	۳																																															
	a	b	c																																															
شنبه	۱۱	۲۳	۲۲																																															
یکشنبه	۳۳	۱۲	۲۱																																															
دوشنبه	۲۲	۳۱	۱۳																																															
۱/۵	$ S = 5^4$ (۰/۲۵) تعداد رمزهای فاقد ۳: $ A = 4^4$ (۰/۲۵) تعداد رمزهای فاقد ۲: $ B = 4^4$ (۰/۲۵) تعداد رمزهای فاقد ۲ و ۳: $ A \cap B = 3^4$ (۰/۲۵) $ \bar{A} \cap \bar{B} = S - A \cup B = 5^4 - (4^4 + 4^4 - 3^4)$ (۰/۵)	۱۵																																																
۱/۵	$n = 12 \times 5 = 60$ (۰/۵) $k+1=5 \Rightarrow k=4$ (۰/۲۵) $nk+1 = 60 \times 4 + 1 = 241$ (۰/۵) طبق تعمیم اصل لانه کیوتوری حداقل ۲۴۱ نفر مورد نیاز است. (۰/۲۵) (صفحه ۸۳)	۱۶																																																
۲۰	جمع نمره																																																	